

Séparation aveugle de sources en ingénierie biomédicale - Blind source separation in biomedical engineering

Amar Kachenoura, Laurent Albera, Lotfi Senhadji

► **To cite this version:**

Amar Kachenoura, Laurent Albera, Lotfi Senhadji. Séparation aveugle de sources en ingénierie biomédicale - Blind source separation in biomedical engineering. IRBM, Elsevier Masson, 2007, 28 (1), pp.20-34. <10.1016/j.rbmret.2007.02.004>. <inserm-00151997>

HAL Id: inserm-00151997

<https://www.hal.inserm.fr/inserm-00151997>

Submitted on 6 Jun 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Séparation aveugle de sources en ingénierie biomédicale

Amar Kachenoura^(1,2), Laurent Albera^(1,2), Lotfi Senhadji^(1,2)

⁽¹⁾INSERM, U642, F-35042 Rennes, France

⁽²⁾Université de Rennes 1, LTSI, Campus de Beaulieu, F-35042 Rennes, France

Abstract

Le concept de la séparation aveugle de source a été introduit au milieu des années 80. Son essor n'a eu cesse de grandir compte tenu de son caractère transversal dans le domaine du traitement de l'information. Dans cet article nous passons en revue les principaux fondements permettant la mise au point d'approches adressant ce problème. Des méthodes spécifiques sont détaillées et des applications dans le contexte du traitement des signaux biomédicaux exploitant la problématique de séparation aveugle de sources sont présentées.

Blind Source Separation (BSS) now raises great interest. In fact, BSS plays an important role in many diverse application areas, including medical diagnosis (separation of electroencephalogram signals for instance). Consequently, the BSS problem is addressed in this paper through i) the description of mathematical tools, ii) the bibliographical survey of classical methods and biomedical applications, and iii) the detailed presentation of six BSS algorithms.

I. INTRODUCTION

De nombreuses applications (biomédicales, télécommunications, etc.) nécessitent un prétraitement des données observées afin d'en extraire l'information utile. Autrement dit, le ou les signaux d'intérêt, communément appelés *sources*, ne sont en général pas directement accessibles. En effet, cette information est soumise à plusieurs perturbations dues, par exemple, au milieu de diffusion. Deux questions fondamentales se posent alors :

- peut-on identifier la fonction de transfert liant les sources aux observations?
- connaissant cette fonction de transfert, la restitution de l'information utile est elle envisageable?

Une approche, rendue possible grâce à l'observation simultanée du signal d'entrée et de sortie du système, consiste à minimiser l'erreur quadratique moyenne de sortie par rapport à la fonction de transfert (l'estimation au sens de Wiener en est un exemple). Tel est le cas en télécommunications lorsqu'une séquence d'apprentissage est connue du récepteur. Néanmoins, en pratique, il existe des situations où cette approche est impossible de par l'absence d'information *a priori* sur les sources, ce qui est très souvent le cas en ingénierie biomédicale. Un tel contexte est alors qualifié *d'aveugle*. Aussi, des chercheurs ont développé des outils capables uniquement à partir des observations, de retrouver d'une part, les paramètres qui régissent la fonction de transfert (on parle alors *d'identification aveugle de mélange*) et d'autre part, les signaux d'intérêt (on utilise alors le concept *d'extraction ou de Séparation Aveugle de Sources (SAS)*). Ces outils ont connu un essor considérable ces dernières années. En effet, de nombreux domaines applicatifs ont vu dans la SAS

une réponse à bon nombre de problèmes jusqu'alors sans solution. Parmi eux nous retrouvons le domaine biomédical, les télécommunications, l'acoustique, l'exploration sismographique, la géophysique, l'analyse des signaux vibratoires des machines tournantes, etc.

Dans ce qui suit, nous proposons une formulation du problème de SAS et nous précisons les éléments théoriques qui s'y rattachent. Une revue bibliographique des méthodes mises au point ces vingt dernières années ainsi qu'une description détaillée de quelques approches spécifiques sont par la suite fournies. Enfin, des applications de la SAS, visant plus particulièrement le traitement de signaux électrophysiologiques, sont présentées.

II. FORMULATION DU PROBLÈME ET HYPOTHÈSES

A. Formulation du problème

On suppose disposer d'une réalisation de taille $(N \times M)$ d'un processus stochastique vectoriel à temps discret $\{\mathbf{x}[m]\}_{m \in \mathbb{N}}$ dont chaque vecteur aléatoire réel de taille $(N \times 1)$, $\mathbf{x}[m] = [x_1[m] \dots x_N[m]]^\top$, vérifie le modèle suivant :

$$\mathbf{x}[m] = H(\mathbf{s}[m]) + \mathbf{v}[m] \quad (1)$$

où $\mathbf{s}[m] = [s_1[m] \dots s_P[m]]^\top$ et $\mathbf{v}[m] = [v_1[m] \dots v_N[m]]^\top$ désignent respectivement les m -ièmes vecteurs de sources et de bruit. Quant à l'application H , couramment appelée *mélange*, elle associe à tout vecteur aléatoire réel de dimension P un vecteur aléatoire réel de dimension N .

Le rôle de la SAS consiste à trouver une application G , appelée *séparateur*, telle que :

$$\mathbf{y}[m] = G(\mathbf{x}[m]) \quad (2)$$

soit une estimée de $\mathbf{s}[m]$.

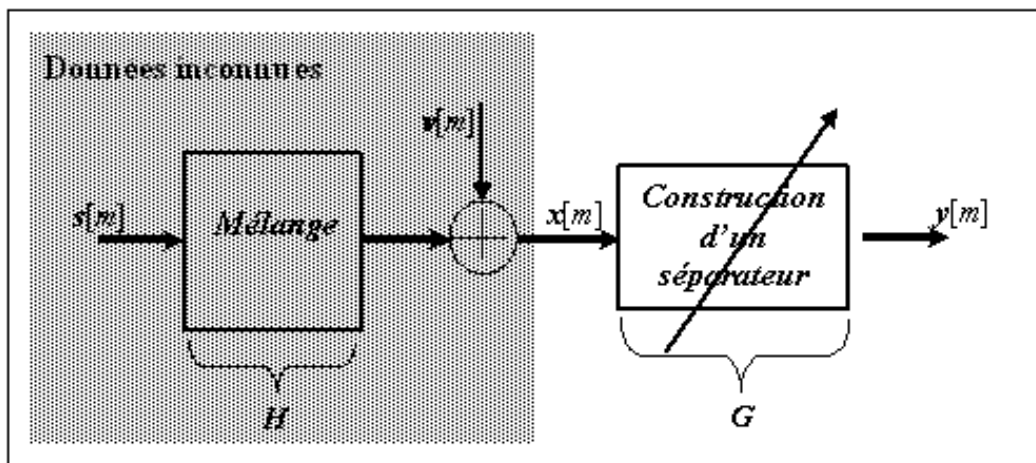


Fig. 1. Synoptique de la séparation aveugle de sources

Une grande partie des travaux de recherche en SAS a concerné ces dernières années la séparation de sources sous l'hypothèse d'une application H linéaire. L'équation suivante décrit le cas d'un mélange linéaire *convolutif* MIMO (Multiple Input-Multiple Output) :

$$\mathbf{x}[m] = (\mathbf{H} \star \mathbf{s})[m] + \mathbf{v}[m] = \sum_{\ell \in \mathbb{N}} \mathbf{H}[\ell] \mathbf{s}[m - \ell] + \mathbf{v}[m]; \quad (3)$$

où $\{\mathbf{H}[\ell]\}$ désigne un banc de filtres Linéaires et Invariants dans le Temps (LIT) de taille $(N \times P)$ et \star , l'opérateur de convolution discrète. Un cas particulier du mélange convolutif est le mélange *instantané*, défini par le modèle suivant :

$$\mathbf{x}[m] = \mathbf{H} \mathbf{s}[m] + \boldsymbol{\nu}[m] \quad (4)$$

où \mathbf{H} est une matrice de taille $(N \times P)$. Le séparateur \mathbf{G} recherché est alors une matrice de taille $(P \times N)$ telle que :

$$\mathbf{y}[m] = \mathbf{G} \mathbf{x}[m] \quad (5)$$

soit une estimée de $\mathbf{s}[m]$ à une matrice *triviale* près. Rappelons qu'une matrice triviale est de la forme $\mathbf{\Lambda} \mathbf{\Pi}$ où $\mathbf{\Lambda}$ est une matrice diagonale et $\mathbf{\Pi}$ une matrice de permutation.

La SAS sous l'hypothèse d'un mélange linéaire instantané a et continue à susciter un grand intérêt, tant sur le plan applicatif que méthodologique. Nous avons par conséquent décidé de lui consacrer entièrement la suite de cet article.

B. Hypothèses

L'originalité de la SAS provient de la faible exploitation de connaissances *a priori* sur le mélange et sur les dites sources d'intérêt. Un certain nombre d'hypothèses est toutefois nécessaire au bon fonctionnement des méthodes de SAS :

- H1)** Le processus vectoriel aléatoire $\{\mathbf{s}[m]\}_{m \in \mathbb{N}}$ est stationnaire au sens strict et ergodique ;
- H2)** Pour tout entier naturel m , les composantes de $\mathbf{s}[m]$ sont statistiquement mutuellement indépendantes ;
- H3)** Une et au plus une source est de loi Normale ;
- H4)** Pour tout entier naturel m , les composantes du vecteur $\mathbf{s}[m]$ sont statistiquement indépendantes des composantes de $\boldsymbol{\nu}[m]$;
- H5)** Le processus vectoriel aléatoire $\{\boldsymbol{\nu}[m]\}_{m \in \mathbb{N}}$ est stationnaire au sens strict et ergodique ;
- H6)** Le processus $\{\boldsymbol{\nu}[m]\}_{m \in \mathbb{N}}$ est de loi Normale ;
- H7)** L'application H est de rang plein égal à P .

Les hypothèses **H1** et **H5** ne sont en théorie pas nécessaires. Elles trouvent leur intérêt uniquement dans la pratique lorsque certaines quantités statistiques, telles que les cumulants du processus $\{\mathbf{x}[m]\}_{m \in \mathbb{N}}$, doivent être estimées à partir d'une seule réalisation. Se pose alors la question de savoir si ces hypothèses sont justifiées pour l'application concernée. L'expérience montre que rares sont les domaines où de telles hypothèses peuvent être retenues. L'estimateur statistique non biaisé et consistant dans le contexte stationnaire ergodique continue-t-il alors à vérifier les propriétés des quantités statistiques théoriques lorsqu'il est employé dans un contexte non stationnaire? Il semble que oui dans certains cas. Toutefois, la prudence doit être de rigueur comme le montre l'étude menée par A. Ferréol et al. [32], [33], [61]–[63] dans le domaine des radiocommunications. L'hypothèse **H6** permet aux méthodes exploitant uniquement les cumulants d'ordre strictement supérieur à 2 d'être insensibles à la présence d'un bruit de corrélation spatiale inconnue. L'hypothèse **H7** garantit quant à elle l'existence d'une inverse à gauche de la matrice \mathbf{H} , et donc l'existence du séparateur \mathbf{G} . Toutefois, cette hypothèse n'est pas nécessaire lorsque l'application ne requiert que l'identification du mélange et non l'extraction des sources [7], [59].

III. PRÉLIMINAIRES MATHÉMATIQUES

A. Fonction de contraste

La notion de *contraste* a initialement été introduite par E. Gassiat [69] dans le cas de processus aléatoires scalaires. Cette dernière a ensuite été étendue par P. Comon [38] au cas vectoriel. En quelques mots, un contraste est un critère dont l'optimisation permet d'extraire les sources d'intérêt du dit mélange. Nous allons caractériser cette notion de manière formelle. Notons \mathcal{F} l'espace des vecteurs aléatoires à valeurs dans \mathbb{R}^P , \mathcal{S} le sous-espace de \mathcal{F} des vecteurs aléatoires dont les composantes sont mutuellement indépendantes, \mathcal{H} l'espace des matrices de taille $(P \times P)$, $\mathcal{H} \cdot \mathcal{S}$ le sous-espace de \mathcal{F} défini comme l'image de \mathcal{S} par \mathcal{H} , et \mathcal{T} le sous-espace des matrices triviales de \mathcal{H} . Un contraste ψ est une application de $\mathcal{H} \times \mathcal{H} \cdot \mathcal{S}$ dans \mathbb{R} vérifiant les trois propriétés suivantes :

- **Domination** : la valeur du contraste est maximale pour tout vecteur de \mathcal{S} , c'est-à-dire, $\forall \mathbf{s} \in \mathcal{S}, \forall \mathbf{H} \in \mathcal{H}$, $\psi(\mathbf{H}, \mathbf{s}) \leq \psi(\mathbf{I}_P, \mathbf{s})$, où \mathbf{I}_P est la matrice identité de \mathcal{H} ;
- **Invariance** : la valeur du contraste est constante dans la classe de solutions, autrement dit, $\forall \mathbf{s} \in \mathcal{S}$, $\forall \mathbf{H} \in \mathcal{T}$, $\psi(\mathbf{H}, \mathbf{s}) = \psi(\mathbf{I}_P, \mathbf{s})$;
- **Discrimination** : la valeur du contraste est maximale uniquement dans la classe de solutions, c'est-à-dire, $\forall \mathbf{s} \in \mathcal{S}$, $\psi(\mathbf{H}, \mathbf{s}) = \psi(\mathbf{I}_P, \mathbf{s}) \Rightarrow \forall \mathbf{H} \in \mathcal{T}$.

B. Moments et cumulants

Nous allons présenter dans cette partie les moments et cumulants d'ordre r quelconque, ainsi que certaines de leurs propriétés. Rappelons tout d'abord la définition de la fonction caractéristique [42], [84], [103] de première espèce, $\Phi_{\mathbf{x}}$, d'un vecteur aléatoire réel \mathbf{x} :

$$\Phi_{\mathbf{x}}(\mathbf{u}) = \mathbb{E}[\exp(i\mathbf{u}^T \mathbf{x})] \quad (6)$$

où $\mathbb{E}[x]$ désigne l'espérance mathématique de x . La fonction caractéristique de première espèce est continue en tout point et vaut un à l'origine. Elle est donc non nulle dans un petit voisinage \mathcal{U} de l'origine, sur lequel on peut définir son logarithme népérien, nous donnant ainsi la fonction caractéristique de seconde espèce :

$$\forall \mathbf{u} \in \mathcal{U}, \quad \Psi_{\mathbf{x}}(\mathbf{u}) = \log(\Phi_{\mathbf{x}}(\mathbf{u})) \quad (7)$$

Moments et cumulants sont définis comme les coefficients du développement, respectivement, de $\Phi_{\mathbf{x}}$ et $\Psi_{\mathbf{x}}$ au voisinage de l'origine. Il s'avère que moments et cumulants satisfont la propriété de multilinéarité et peuvent donc être considérés comme des tenseurs [93]. Plus précisément, on définit l'entrée respective des tenseurs moment et cumulant d'ordre r de \mathbf{x} par :

$$M_{n_1, n_2, \dots, n_r, \mathbf{x}} = \mathbb{E}[x_{n_1} x_{n_2} \cdots x_{n_r}] \stackrel{\text{def}}{=} (-i)^r \frac{\partial^r \Phi_{\mathbf{x}}(\mathbf{u})}{\partial u_{n_1} \partial u_{n_2} \cdots \partial u_{n_r}} \Big|_{\mathbf{u}=\mathbf{0}} \quad (8)$$

et :

$$C_{n_1, n_2, \dots, n_r, \mathbf{x}} = \text{Cum}\{x_{n_1}, x_{n_2}, \dots, x_{n_r}\} \stackrel{\text{def}}{=} (-i)^r \frac{\partial^r \Psi_{\mathbf{x}}(\mathbf{u})}{\partial u_{n_1} \partial u_{n_2} \cdots \partial u_{n_r}} \Big|_{\mathbf{u}=\mathbf{0}} \quad (9)$$

Cependant, en pratique il n'est pas facile de manipuler des tenseurs d'ordre strictement supérieur à 2, aussi préfère-t-on ranger leurs composantes dans une matrice. Prenons ainsi l'exemple du tenseur cumulant $C_{n_1, n_2, \dots, n_r, \mathbf{x}}$ d'ordre $r = 2q \geq 2$. Il est possible de ranger ses composantes dans la matrice symétrique $\mathcal{C}_{2q, \mathbf{x}}$ de taille $(N^q \times N^q)$ de la manière suivante :

$$\mathcal{C}_{2q, \mathbf{x}}(I_1, I_2) = C_{n_1, n_2, \dots, n_{2q}, \mathbf{x}} \quad (10)$$

où quels que soient $1 \leq n_1, n_2, \dots, n_{2q} \leq N$, on a :

$$\begin{aligned} I_1 &= N^{q-1}(n_1 - 1) + N^{q-2}(n_2 - 1) + \dots + N(n_{q-1} - 1) + n_q \\ I_2 &= N^{q-1}(n_{q+1} - 1) + N^{q-2}(n_{q+2} - 1) + \dots + N(n_{2q-1} - 1) + n_{2q} \end{aligned} \quad (11)$$

Les matrices contenant les cumulants d'ordre 2, 4 et 6 sont appelées respectivement matrices de covariance, de quadricovariance et d'hexacovariance et sont généralement notées \mathbf{R}_x , \mathbf{Q}_x et \mathbf{H}_x .

Les moments et cumulants possèdent un grand nombre de propriétés (voir [84], [93] pour plus de détails). Nous ne présentons ici que celles qui nous serviront dans la suite de l'article. Pour commencer, rappelons que si au moins deux variables ou groupes de variables parmi l'ensemble $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ sont statistiquement indépendants, alors tous les cumulants impliquant ces deux variables ou groupes de variables sont nuls. Par exemple, si toutes les variables du vecteur \mathbf{x} sont mutuellement indépendantes alors :

$$C_{n_1, n_2, \dots, n_r, \mathbf{x}} = \delta[n_1, n_2, \dots, n_r] C_{n_1, n_1, \dots, n_1, \mathbf{x}} \quad (12)$$

où le symbole de Kronecker $\delta[n_1, n_2, \dots, n_r]$ vaut 1 quand tous ses arguments sont égaux et 0 sinon. Le fait que cette propriété ne soit pas satisfaite par les moments renforce l'intérêt des cumulants. En outre, les cumulants sont symétriques, propriété qui est satisfaite également par les moments. Ainsi, nous avons $C_{\xi(n_1), \xi(n_2), \dots, \xi(n_r), \mathbf{x}} = C_{n_1, n_2, \dots, n_r, \mathbf{x}}$ quelle que soit la permutation ξ . Une autre propriété des cumulants, satisfaite également par les moments, est la propriété de multilinéarité. Considérons trois vecteurs aléatoires \mathbf{x} , \mathbf{s} et $\boldsymbol{\nu}$, liés par la relation linéaire (4), et les hypothèses **H4** et **H6**. Les cumulants d'ordre r ($r \geq 2$) de \mathbf{x} sont linéairement liés aux cumulants d'ordre r de \mathbf{s} comme en témoigne l'expression suivante :

$$C_{n_1, \dots, n_r, \mathbf{x}} = \sum_{p_1, \dots, p_r} H_{n_1 p_1} \dots H_{n_r p_r} C_{p_1, \dots, p_r, \mathbf{s}} + \delta[r, 2] C_{n_1, n_2, \boldsymbol{\nu}} \quad (13)$$

ce qui, en utilisant l'hypothèse **H2** ainsi que le rangement matriciel défini pour $r = 2q$ par les équations (10) et (11), nous donne l'égalité matricielle suivante :

$$\mathbf{C}_{2q, \mathbf{x}} = (\mathbf{H}^{\otimes q}) \boldsymbol{\zeta}_{2q, \mathbf{s}} (\mathbf{H}^{\otimes q})^\top + \delta[q, 1] \mathbf{R}_\nu \quad (14)$$

où $\boldsymbol{\zeta}_{2q, \mathbf{s}} \stackrel{\text{def}}{=} \text{Diag}([C_{1,1, \dots, 1, \mathbf{s}}^{1,1, \dots, 1}, C_{2,2, \dots, 2, \mathbf{s}}^{2,2, \dots, 2}, \dots, C_{P,P, \dots, P, \mathbf{s}}^{P,P, \dots, P}])$ est une matrice diagonale de taille $(P \times P)$. L'égalité (14) fait intervenir la notation *puissance de Khatri-Rao* définie par :

$$\mathbf{B}^{\otimes m} = \underbrace{\mathbf{B} \otimes \mathbf{B} \otimes \dots \otimes \mathbf{B}}_{m \text{ matrices}} \quad \text{with } \mathbf{B}^{\otimes 0} = 1 \quad (15)$$

où \otimes désigne l'opérateur du produit de Khatri-Rao [54], [127]. Rappelons que si \mathbf{G} et \mathbf{H} sont deux matrices rectangulaires de tailles respectives $(N_G \times P)$ et $(N_H \times P)$, les colonnes de la matrice $\mathbf{G} \otimes \mathbf{H}$ de taille $(N_G N_H \times P)$ sont définies par $\mathbf{g}_j \otimes \mathbf{h}_j$ où \mathbf{g}_j et \mathbf{h}_j représentent les colonnes de \mathbf{G} et \mathbf{H} respectivement. Le symbole \otimes désigne quant à lui l'opérateur du produit de Kronecker, défini par :

$$\mathbf{G} \otimes \mathbf{H} = \begin{bmatrix} G(1,1)\mathbf{H} & G(1,2)\mathbf{H} & \dots & G(1,P_G)\mathbf{H} \\ G(2,1)\mathbf{H} & G(2,2)\mathbf{H} & \dots & G(2,P_G)\mathbf{H} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G(N_G,1)\mathbf{H} & G(N_G,2)\mathbf{H} & \dots & G(N_G,P_G)\mathbf{H} \end{bmatrix} \quad (16)$$

si \mathbf{G} et \mathbf{H} sont deux matrices rectangulaires de tailles respectives $(N_G \times P_G)$ et $(N_H \times P_H)$.

En pratique, comme annoncé dans la section II, nous disposons d'une réalisation de longueur finie M d'un processus vectoriel $\{\mathbf{x}[m]\}_{m \in \mathbb{N}}$. Nous souhaitons alors estimer les cumulants d'ordre r du processus

à partir des échantillons temporels à disposition. Sous les hypothèses **H1** et **H5**, le processus $\{\mathbf{x}[m]\}_{m \in \mathbb{N}}$ est stationnaire en loi, ce qui implique que les cumulants d'ordre r de chaque vecteur aléatoire $\mathbf{x}[m]$ sont identiques et ne dépendent donc pas de l'indice temporel m . Il en est de même pour les moments. En ajoutant l'hypothèse d'ergodicité, les moments d'ordre q ($q \leq r$) du processus peuvent alors être estimés par moyennage temporel des échantillons $\tilde{\mathbf{x}}[m]$ à disposition [7], [93], tel que le décrit la formule suivante :

$$\widehat{M}_{n_1, n_2, \dots, n_r, \mathbf{x}} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \tilde{x}_{n_1}[m] * \tilde{x}_{n_2}[m] * \dots * \tilde{x}_{n_r}[m] \quad (17)$$

où $\widehat{M}_{n_1, n_2, \dots, n_r, \mathbf{x}}$ est une estimée du moment d'ordre r , $M_{n_1, n_2, \dots, n_r, \mathbf{x}}$, de $\{\mathbf{x}[m]\}_{m \in \mathbb{N}}$. Dès lors les cumulants d'ordre r peuvent être estimés à l'aide de la formule de Leonov et Shiryaev [84], [93], [111] dont l'intérêt est d'exprimer les cumulants d'ordre r en fonction des moments d'ordre inférieur. A titre d'exemple, présentons cette formule respectivement pour les cumulants d'ordre 2 et 4 :

$$\begin{aligned} C_{n_1, n_2, \mathbf{x}} &= M_{n_1, n_2, \mathbf{x}} - M_{n_1, \mathbf{x}} M_{n_2, \mathbf{x}} \\ C_{n_1, n_2, n_3, n_4, \mathbf{x}} &= M_{n_1, n_2, n_3, n_4, \mathbf{x}} - [4]M_{n_1, \mathbf{x}} M_{n_2, n_3, n_4, \mathbf{x}} - [3]M_{n_1, n_2, \mathbf{x}} M_{n_3, n_4, \mathbf{x}} \\ &\quad + 2[6]M_{n_1, \mathbf{x}} M_{n_2, \mathbf{x}} M_{n_3, n_4, \mathbf{x}} - 6M_{n_1, \mathbf{x}} M_{n_2, \mathbf{x}} M_{n_3, \mathbf{x}} M_{n_4, \mathbf{x}} \end{aligned} \quad (18)$$

Notons que $[d] \prod M_{\mathcal{P}(\{n_1, \dots, n_r\}), \mathbf{x}}$ désigne la notation crochet de McCullagh [93] où $\mathcal{P}(\{n_1, \dots, n_r\})$ représente une partition de l'ensemble $\{n_1, \dots, n_r\}$. En fait, le nombre d situé entre crochets désigne le nombre de monômes de la somme qu'il faut construire à partir du produit $\prod M_{\mathcal{P}(\{n_1, \dots, n_r\}), \mathbf{x}}$ en permutant les éléments n_i des partitions du produit. L'expression suivante illustre cette notation :

$$[3]M_{n_1, n_2, \mathbf{x}} M_{n_3, n_4, \mathbf{x}} = M_{n_1, n_2, \mathbf{x}} M_{n_3, n_4, \mathbf{x}} + M_{n_1, n_4, \mathbf{x}} M_{n_2, n_3, \mathbf{x}} + M_{n_1, n_3, \mathbf{x}} M_{n_2, n_4, \mathbf{x}} \quad (19)$$

C. Blanchiment

Soit $\{\mathbf{x}[m]\}_{m \in \mathbb{N}}$ un processus stochastique vectoriel à valeurs réelles de dimension N vérifiant le modèle (4) où les processus $\{\mathbf{s}[m]\}_{m \in \mathbb{N}}$ et $\{\boldsymbol{\nu}[m]\}_{m \in \mathbb{N}}$ suivent les hypothèses **H1** à **H7**. Notons par ailleurs $\mathbf{R}_{\mathbf{x}}$ la matrice de covariance de $\{\mathbf{x}[m]\}_{m \in \mathbb{N}}$. L'opération de blanchiment consiste à trouver la transformation affine qui associe à $\{\mathbf{x}[m]\}_{m \in \mathbb{N}}$ un processus stochastique vectoriel centré $\{\mathbf{z}[m]\}_{m \in \mathbb{N}}$ de dimension P ($P \leq N$) dont la matrice de covariance est l'identité \mathbf{I}_P . Autrement dit on cherche la matrice Θ dite de blanchiment telle que pour tout entier naturel m , le vecteur $\mathbf{z}[m] = \Theta (\mathbf{x}[m] - \boldsymbol{\nu}[m])$ admet une matrice de covariance $\mathbf{R}_{\mathbf{z}}$ égale à l'identité. Or, en utilisant les équations (4) et (14), on obtient :

$$\mathbf{R}_{\mathbf{z}} = \Theta \underbrace{\mathbf{H} \mathbf{R}_{\mathbf{s}} \mathbf{H}^{\top}}_{\mathbf{R}_{\mathbf{s}}} \Theta^{\top} = \Theta \left[\mathbf{R}_{\mathbf{s}}^{1/2} \right] \left[\mathbf{R}_{\mathbf{s}}^{1/2} \right]^{\top} \Theta^{\top} = \mathbf{I}_P \quad (20)$$

où $\mathbf{R}_{\mathbf{s}}^{1/2}$ désigne une racine carré de la matrice $\mathbf{R}_{\mathbf{s}}$. Une solution consiste donc à prendre pour matrice Θ l'inverse d'une des racines carrées de la matrice $\mathbf{R}_{\mathbf{s}}$. Or il est possible de calculer une racine carrée de $\mathbf{R}_{\mathbf{s}}$ par diagonalisation de cette dernière. En effet, la matrice $\mathbf{R}_{\mathbf{s}}$ est symétrique ce qui implique que la décomposition de $\mathbf{R}_{\mathbf{s}}$ en éléments propres peut s'obtenir sous la forme suivante :

$$\mathbf{R}_{\mathbf{s}} = \mathbf{E} \mathbf{L} \mathbf{E}^{\top} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{\mathbf{s}} & \mathbf{E}_{\boldsymbol{\nu}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{\mathbf{s}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{\mathbf{s}} & \mathbf{E}_{\boldsymbol{\nu}} \end{bmatrix}^{\top} \quad (21)$$

où $\mathbf{L}_{\mathbf{s}}$ est la matrice diagonale réelle de taille $(P \times P)$ des valeurs propres non nulles de $\mathbf{R}_{\mathbf{s}}$, $\mathbf{E}_{\mathbf{s}}$ est la matrice de taille $(N \times P)$ des vecteurs propres orthonormée associés, et $\mathbf{E}_{\boldsymbol{\nu}}$ la matrice de taille $(N \times N - P)$ des vecteurs

propres orthonormés associés aux valeurs propres nulles de \mathbf{R}_s . Une racine carrée de \mathbf{R}_s est alors donnée par la formule suivante :

$$\mathbf{R}_s^{1/2} = \mathbf{E}_s \mathbf{L}_s^{1/2} \quad (22)$$

Il suffit alors de poser $\Theta = [\mathbf{L}_s^{1/2}]^{-1} \mathbf{E}_s^\top$.

Toutefois, il faut remarquer qu'en pratique le processus $\{\nu[m]\}_{m \in \mathbb{N}}$ est inconnu. Il faut donc d'abord commencer par estimer la matrice \mathbf{R}_x . Ensuite deux cas de figure se présentent. Soit la matrice de covariance \mathbf{R}_ν du bruit est connue, ou du moins estimable, et dans ce cas son estimée peut être retranchée à l'estimée de \mathbf{R}_x afin d'obtenir sous l'hypothèse **H4** une estimée de \mathbf{R}_s . Soit la matrice \mathbf{R}_ν est inconnue et ne peut pas être estimée. Dans ce second cas, en supposant que i) le bruit est spatialement décorrélé, ii) la puissance du bruit est identique sur chaque capteur et iii) le Rapport Signal à Bruit (RSB) de chaque processus source $\{s_p[m]\}_{m \in \mathbb{N}}$ ($1 \leq p \leq P$) est suffisamment élevé, une solution consiste à prendre $\mathbf{R}_s^{1/2} = \mathbf{E}_s \mathbf{L}_s^{1/2}$ comme matrice carrée de \mathbf{R}_s , où \mathbf{E}_s et $\mathbf{L}_s^{1/2}$ sont cette fois données par la diagonalisation de \mathbf{R}_x :

$$\mathbf{R}_x = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_s & \mathbf{E}_\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s + \lambda \mathbf{I}_P & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \lambda \mathbf{I}_{N-P} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_s & \mathbf{E}_\nu \end{bmatrix}^\top \quad (23)$$

Nous venons de voir en quoi consistait le blanchiment d'un mélange instantané de sources, mais quel est l'intérêt d'effectuer un tel prétraitement si souvent employé en SAS? Il est possible de donner une réponse à cette question en observant l'équation (20). En effet, cette dernière nous permet d'affirmer que la matrice $\Theta \mathbf{H} \mathbf{R}_s^{1/2} \mathbf{V}^\top$, où $\mathbf{R}_s^{1/2}$ et \mathbf{V} désignent respectivement une matrice carrée de \mathbf{R}_s et une matrice orthonormée (ou unitaire), est égale à la matrice identité \mathbf{I}_P . Or rappelons que sous l'hypothèse **H2**, $\mathbf{R}_s^{1/2}$ est diagonale. Par conséquent, la matrice $\widetilde{\mathbf{H}} = \Theta \mathbf{H}$, que nous nommerons *matrice de mélange blanchie*, est orthogonale. Ainsi, le blanchiment permet avantageusement de restreindre la recherche à l'espace vectoriel des matrices orthogonales de taille $(P \times P)$.

IV. VINGT ANNÉES DE SÉPARATION DE SOURCES

A. *Survol bibliographique*

Les recherches dans le domaine de la SAS ont été initiées par C. Jutten, J. Herault et B. Ans dans les années 80, alors qu'ils s'intéressaient à un problème de décodage du mouvement en neurobiologie [9], [71], [72]. Afin de résoudre leur problème, les auteurs ont proposé une approche de séparation de sources basée sur les réseaux neuromimétiques [72], [81]. Depuis ces travaux, nombre d'algorithmes de SAS ont vu le jour.

Nous présentons tout d'abord les méthodes symétriques, (i.e. estimant les sources simultanément), qui réalisent la séparation en optimisant une certaine fonction des cumulants d'ordre supérieur. Ainsi J.-L. Lacoume et P. Ruiz proposent en 1988 un algorithme [85] reposant sur la minimisation d'une certaine fonction des cumulants. Quelques années après, P. Comon et al. introduisent le concept d'Analyse en Composantes Indépendantes (ACI) [41]. Mais c'est à P. Comon seul que l'on doit attribuer le fait d'avoir formaliser mathématiquement ce concept [38] étendant par la même occasion la notion de contraste [69] au cas des vecteurs aléatoires. P. Comon montre par ailleurs qu'il suffit de reconstruire des sources indépendantes deux à deux pour estimer, à une matrice triviale près, des sources mutuellement indépendantes [37], [38]. Il propose alors la méthode COM2 (CONtrast Maximization 2) [38] reposant sur i) la propriété précédente et ii) la maximisation d'un contraste défini comme la somme des modules au carré des kurtosis (cumulants d'ordre 4 normalisés) des

sources estimées. A la même époque, J.-F. Cardoso et A. Souloumiac présentent eux aussi un contraste basé sur les cumulants d'ordre quatre [30]. Les deux auteurs présentent également une version non itérative de leur méthode reposant sur la diagonalisation conjointe [31] des matrices propres de la quadricovariance des observations blanchies. En parallèle, E. Moreau et O. Macchi présentent un contraste [91], [95] basé sur des cumulants normalisés d'ordre supérieur : leur approche a l'avantage de ne pas nécessiter de blanchiment préalable des observations contrairement à la plupart des méthodes précédentes. En 2001, P. Comon trouve une solution analytique, nommée COM1 (COntrast Maximization 1), à la maximization du contraste défini, au signe près, comme la somme des kurtosis des sources estimées. Ce contraste a été initialement présenté par E. Moreau et al. dans [43], [97], [115]. En outre E. Moreau montre que ce critère est un contraste à la condition que les kurtosis des sources soient de même signe.

En parallèle, nombre de méthodes exploitant les propriétés algébriques des cumulants voient le jour. Parmi elles on compte les méthodes exploitant les cumulants d'ordre deux. Ces dernières nécessitent que les sources soient colorées, autrement dit temporellement corrélées. Ainsi L. Fety [64], L. Tong et al. [117], [118] sont les premiers à proposer de telles approches basées sur l'exploitation des propriétés algébriques de deux matrices de covariance des observations, associées respectivement à un retard nul et non nul. P. Comon et J.-L. Lacoume démontrent quelques années plus tard le bien fondé de ces méthodes. De ces travaux va naître l'algorithme SOBI (Second Order Blind Identification) [16]–[18] dans lequel A. Belouchrani et al. exploitent non plus une mais plusieurs matrices de covariance des observations associées à des retards non nuls. Plus exactement, ils montrent qu'après blanchiment des observations, une diagonalisation conjointe des matrices en question permet d'estimer le mélange à une matrice triviale près. Cette approche nécessite cependant que les sources aient des spectres distincts. Un algorithme similaire, baptisé TDSEP (Temporal Decorrelation source SEparation), est proposé durant cette période par A. Ziehe et K.-R. Müller [130]. Quelques années plus tard, A. Belouchrani et A. Cichocki améliorent l'algorithme SOBI, et plus particulièrement l'étape de blanchiment. La méthode alors obtenue [20], nommée RSOBI (R pour Robust), a l'avantage d'être insensible asymptotiquement à un bruit temporellement décorréolé et de cohérence spatiale inconnue. Des méthodes plus récentes exploitant les propriétés algébriques des cumulants d'ordre deux permettent de traiter et de tirer avantage de la présence de sources non-stationnaires. L'idée générale est de diagonaliser conjointement un ensemble de matrices de Représentations Temps-Fréquence Spaciales (RTFS) en utilisant la classe de Cohen [19]. La difficulté réside dans le choix de ces matrices de RTFS. En effet, on s'attend à ce que ces dernières offrent les mêmes propriétés que les matrices de covariance des observations. C. Fevotte et al. proposent alors un critère permettant de sélectionner automatiquement les bonnes matrices de RTFS et présentent ainsi la méthode TFBSS (Time-Frequency Blind Source Separation) [65], [66], [73]. Une autre idée consiste à supposer que les sources non-stationnaires sont stationnaires par morceaux. Une diagonalisation conjointe des matrices de covariance estimées à partir de chaque bloc de données permet de ce fait de répondre au problème. De ce principe naissent les algorithmes BGML (Block-Gaussian Maximum Likelihood) [102] et SEONS (Second-Order Non-stationary source Separation) [36].

Pendant ce temps, nombre de chercheurs travaillent sur des approches exploitant les propriétés algébriques des moments et cumulants d'ordre supérieur. Parmi eux, J.-F. Cardoso proposent plusieurs approches. La première, nommée FOBI (Fourth Order Blind Identification) [25], exploite la structure algébrique de la matrice de covariance d'une certaine fonction quadratique des observations blanchies. En effet, cette matrice de covariance admet pour vecteurs propres les vecteurs colonnes du mélange blanchi. Il faut noter que les

valeurs propres associées sont pour leur part égales, à une constante près, aux moments d'ordre quatre des sources. Deux ans plus tard naît la méthode FOOBI (Fourth Order Only Blind Identification) [26] qui sans blanchiment des observations permet d'identifier la matrice de mélange à partir du sous-espace signal d'ordre quatre. Cette méthode a récemment été améliorée par L. De Lathauwer et al. [49] en se servant notamment du procédé de diagonalisation conjointe. Les deux approches précédentes offrent l'avantage de permettre l'identification de mélanges sous-déterminés de sources (i.e. $P > N$). En 1993 survient la méthode JADE (Joint Approximate Diagonalization of Eigen-matrices), au travers de laquelle J.-F. Cardoso et A. Souloumiac [30] présentent une solution algébrique à la maximization de leur contraste basé sur les cumulants d'ordre quatre. Ils étendent par la même occasion l'algorithme de Jacobi dans le but de diagonaliser conjointement un ensemble de matrices [31]. Ce dernier sera par la suite l'outil fard de nombreuses méthodes de SAS, et ce jusqu'à l'apogée des approches de décomposition tensorielle telle que PARAFAC [24]. En 1997, A. Ferréol et P. Chevalier [60] proposent une version de JADE, baptisée JADE cyclique, exploitant les éventuelles propriétés cyclostationnaires des signaux observés. Cette approche a pour intérêt d'être insensible à la présence d'un bruit de cohérence spatiale inconnue. Plus récemment, L. Albera et al. [1] mettent en oeuvre les méthodes ICAR (Independent Component Analysis using Redundancies) [3]–[5] et BIRTH (Blind Identification of mixtures of sources using Redundancies in the daTa Hexacovariance matrix) [2], [6], exploitant les redondances matricielles respectivement de la quadricovariance et de l'hexacovariance. Ces deux méthodes s'inscrivent au sein d'une même famille d'algorithmes baptisée BIOME (Blind Identification of Overcomplete Mixtures of sourcEs) [7]. En parallèle, A. Ferréol et al. étendent la méthode SOBI à l'ordre quatre sous le nom de FOBIUM (Fourth Order Blind Identification of Underdetermined Mixtures of sources) [58], [59]. Notons que les méthodes FOOBI, ICAR, BIRTH et FOBIUM ne nécessitent pas d'étape préalable de blanchiment et sont insensibles asymptotiquement à la présence d'un bruit de cohérence spatiale inconnue. En outre les algorithmes FOOBI, FOBIUM et BIRTH permettent de traiter des mélanges sous-déterminés de sources.

Les méthodes présentées ci-dessus visent principalement à exploiter les moments et cumulants soit pour leur propriétés algébriques, soit pour leur capacité à engendrer des contrastes de séparation aveugle de sources. A celles-ci s'ajoutent d'autres types d'approches. Parmi elles, on compte celles basées sur l'estimation du maximum de vraisemblance. Les premières propositions sont formulées par M. Gaeta et J.-L. Lacoume [67] en 1990, puis par D.-T. Pham et al. [101] deux années plus tard. Il faut également citer les travaux de B.-A. Pearlmutter et L.-C. Parra [99] en 1996 qui permettent de dériver, à partir de la formulation de la vraisemblance, deux gradients naturels. Le premier est utilisé pour l'estimation de la matrice de mélange et le second sert à estimer les densités de probabilités des sources. La même année, F. Harroy et J.-L. Lacoume proposent d'approcher la log-vraisemblance des sources en utilisant un développement en série de Gram-Charlier dont les premiers termes font à nouveau apparaître des cumulants d'ordre quatre [70]. L'année suivante D.-T. Pham et P. Garrat proposent d'optimiser le critère du maximum de vraisemblance à l'aide de l'algorithme de Newton-Raphson [100]. En parallèle, A.-J. Bell et T.-J. Sejnowski conçoivent la méthode INFOMAX (MAXimization of the INFOrmation flow) [14], [15], dont l'une des formulations montre qu'elle est étroitement liée aux méthodes du maximum de vraisemblance. Cet algorithme est amélioré tout d'abord en 1998 par S. I. Amari [8] en utilisant l'algorithme du gradient naturel, augmentant ainsi la vitesse de convergence de la méthode. Une autre amélioration est apportée par T.-W. Lee et al. l'année suivante : les auteurs montrent l'intérêt de prendre en compte dans l'algorithme du gradient naturel, le caractère sur- ou sous-gaussien des sources [88].

En outre citons deux des méthodes de séparation de sources par déflation les plus connues. Le principe de

déflation consiste à extraire les sources du mélange une par une, contrairement aux approches symétriques où les sources sont extraites simultanément. Ainsi en 1995, N. Delfosse et P. Loubaton [50] introduisent le concept de déflation en proposant une manière originale, que nous nommerons DEFA (DEflation Approach for blind source separation), d'optimiser le contraste uni-source d'ordre quatre sur lequel s'appuie leur méthode. Deux années plus tard, A. Hyvärinen et E. Oja présentent l'algorithme FastICA. La version initiale [77] de cet algorithme exploite pleinement le principe de déflation et la mesure de non-gaussianité, plus connue sous le nom de néguentropie, approximée par la valeur absolue du kurtosis de la source estimée. Notons que si cette version initiale ne permet que de traiter des mélanges de sources à valeurs réelles, E. Bingham et A. Hyvärinen étendent l'algorithme au cas de mélanges à valeurs complexes [21]. En 1999, A. Hyvärinen [75] améliore la robustesse de sa méthode en utilisant cette fois des moments de fonctions non-quadratiques en vue d'approximer la néguentropie. Cette amélioration de FastICA, baptisée FastICA_{DO} (DEflation Orthogonalization), possède une version symétrique [76] dont l'étape d'orthonormalisation conjointe est identique à celle introduite initialement par E. Moreau dans [96]. La version symétrique de FastICA est souvent appelée FastICA_{SO} (Symmetric Orthogonalization). Remarquons que si les méthodes exploitant le principe de déflation atteignent rarement les performances des méthodes symétriques, elles présentent cependant l'intérêt d'être peu coûteuses en opérations de calculs. Un compromis intéressant entre performance et complexité de calcul est proposé par V. Zarzoso et P. Comon au travers des algorithmes OS-KMA et OS-CMA [129].

Les méthodes énumérées ci-dessus présentent entre elles des liens très forts. En effet, P. Comon a montré dans [38], des connexions fondamentales entre les cumulants, la néguentropie et l'information mutuelle. L'équivalence entre les approches INFOMAX et Maximum de vraisemblance a été montré dans [28], [99]. De plus, J.-F. Cardoso [28] a montré que les contrastes sur lesquels reposent ces deux approches sont étroitement liés à la divergence de Kullback-Leibler (mesure de distance statistique [13]) elle-même étroitement liée à l'information mutuelle [38]. On peut ainsi établir un lien entre les techniques utilisant le maximum de vraisemblance, celles basées sur une approximation de l'information mutuelle à l'aide des cumulants, et celles utilisant la néguentropie [29], [87] [76, pp. 221–227, 273–289]. D'autres approches basées cette fois sur la représentation géométrique des mélanges ont été proposées dans la littérature. Citons par exemple les travaux de C.-G. Puntonet et al. [106]–[108] ainsi que ceux de K. I. Diamantaras [51].

Bien que l'on dispose aujourd'hui d'un certain nombre d'outils de SAS performants en théorie, il reste encore à étudier leur comportement en situation pratique telle que dans le domaine biomédical où nombre d'hypothèses ne sont pas vérifiées. Rappelons ainsi que les méthodes géométriques ne s'adressent pour l'heure qu'à des sources prenant leurs valeurs dans un alphabet fini et qu'elles sont très sensibles à la présence du bruit. En ce qui concerne les algorithmes exploitant conjointement plusieurs matrices de covariance retardées, elles ne peuvent fonctionner que pour des sources de spectres distincts. Les algorithmes utilisant une étape de blanchiment sont sensibles à tout bruit coloré de cohérence spatiale inconnue. Certaines méthodes nécessitent pour leur part une estimation préalable des densités de probabilité des sources. Toutefois, dans quelques cas, une estimation grossière des densités (i.e une estimation du caractère sur- ou sous-gaussiennes) suffit. Néanmoins, dans le cas où l'a priori sur les densités est faux, certaines méthodes, notamment celles utilisant l'estimateur du maximum de vraisemblance, fournissent des résultats complètement erronés. En ce qui concerne les techniques de déflation, une erreur sur l'estimation d'une source se répercute obligatoirement sur l'estimation des autres, détériorant dès lors la séparation.

En plus des limites citées, dans certains cas pratiques le mélange est sous-déterminé, i.e. le nombre de sources P est supérieur au nombre d'observations M . On se retrouve alors dans une situation où même si le mélange est identifiable, il n'en reste pas moins non inversible (ne permettant donc pas l'extraction directe des sources). En d'autres termes et contrairement au cas sur-déterminé, les problèmes d'identification aveugle de mélange et de séparation aveugle de sources ne sont pas équivalents. Afin d'identifier un tel mélange sous-déterminé, un algorithme reposant sur une forme sophistiquée de l'estimation du maximum de vraisemblance, obtenue par l'approximation de Laplace de la distribution de \mathbf{H} , est proposé dans [89]. Dans [114] A. Taleb présente une méthode qui exploite la seconde fonction caractéristique des observations. Ce problème a aussi été résolu par des méthodes qui utilisent, sans blanchir les observations au second ordre, soit les statistiques d'ordre quatre [26], [27], [39], [45], [47], [49], [53], [59], [86], [116], soit les statistiques d'ordre six [6]. Pour l'extraction des sources, des informations supplémentaires, comme l'alphabet fini par exemple [39], sont nécessaires. Une étude bibliographique plus approfondie du cas sous-déterminé est présentée dans [1].

B. Présentation détaillée de quelques méthodes

Nous allons dans cette partie présenter plus en détails quelques méthodes de séparation aveugle de sources telles que SOBI, JADE, COM1, COM2, ICAR et BIRTH. Nous supposons que les hypothèses **H1-H7** sont vérifiées.

1) *L'algorithme SOBI*: L'algorithme SOBI exploite plusieurs matrices de covariance associées à différents retards non nuls après blanchiment des observations par la matrice Θ (voir section III-C). En outre, les sources doivent être temporellement corrélées, posséder des spectres différents et le bruit doit être temporellement blanc. La matrice de covariance des observations blanchies $\{z[m]\}_{m \in \mathbb{N}}$ est alors donnée pour un retard $\tau_j \in \mathbb{N}^*$, par :

$$\mathbf{R}_z[\tau_j] = E[z[m]z[m - \tau_j]^\top] - E[z[m]]E[z[m - \tau_j]^\top] = \widetilde{\mathbf{H}}\mathbf{R}_s[\tau_j]\widetilde{\mathbf{H}}^\top \quad (24)$$

où $\widetilde{\mathbf{H}}$ représente la matrice de mélange blanchie orthogonale et $\mathbf{R}_s[\tau_j]$ désigne la matrice de covariance des sources associée au retard τ_j , qui a la propriété d'être diagonales sous (**H2**). Considérons le théorème suivant :

Théorème : Soient J retards non nuls τ_j , et \mathbf{V} une matrice orthnormée telle que :

$$\forall j, 1 \leq j \leq J, \mathbf{R}_z[\tau_j] = \mathbf{V} \text{diag}([d_1^{(j)}, \dots, d_P^{(j)}]) \mathbf{V}^\top \quad (25)$$

et

$$\forall p_1, p_2, 1 \leq p_1 \neq p_2 \leq P, \exists j, 1 \leq j \leq J, d_{p_1}^{(j)} \neq d_{p_2}^{(j)} \quad (26)$$

Alors \mathbf{V} et $\widetilde{\mathbf{H}}$ sont égales à une matrice triviale près.

Ce théorème est la clé de voûte de l'algorithme SOBI, fournissant une condition d'identifiabilité du mélange $\widetilde{\mathbf{H}}$. Notons que cette condition ne pourra pas être remplie en présence de sources dont les spectres normalisés sont identiques. Par contre, si ces derniers sont tous différents, il sera toujours possible de trouver un ensemble de J retards τ_j vérifiant la condition du théorème.

2) *L'algorithme COM2*: De même que SOBI, COM2 nécessite un blanchiment des observations. Puis il faut maximiser le contraste suivant :

$$\psi(\tilde{\mathbf{G}}, \mathbf{z}[m]) = \sum_{p=1}^P \left(C_{p,p,p,p,\tilde{\mathbf{G}}\mathbf{z}} \right)^2 \quad (27)$$

Une optimisation de ce contraste est proposée dans [38]. Elle repose sur le théorème suivant :

Théorème : Soit \mathbf{s} un vecteur aléatoire de composantes indépendantes, parmi lesquelles au plus une est gaussienne, et dont les densités de probabilité ne sont pas réduites à une masse ponctuelle. Soit \mathbf{T} une matrice orthogonale de taille $(P \times P)$ et \mathbf{z} le vecteur défini par $\mathbf{z} = \mathbf{T}\mathbf{s}$. Alors les trois propriétés suivantes sont équivalentes : i) les composantes de \mathbf{z} sont indépendantes deux à deux, ii) les composantes de \mathbf{z} sont mutuellement indépendantes, et iii) \mathbf{T} est une matrice triviale.

Ce théorème nous dit qu'au vu des indéterminations intrinsèques au problème de la SAS, il suffit juste de chercher à reconstruire des sources indépendantes deux à deux.

3) *L'algorithme COM1*: Après un blanchiment des observations le contraste suivant est optimisé :

$$\psi(\tilde{\mathbf{G}}, \mathbf{z}[m]) = \lambda \sum_{p=1}^P C_{p,p,p,p,\tilde{\mathbf{G}}\mathbf{z}} \quad (28)$$

où $\lambda = \pm 1$. La solution itérative proposée pour COM2 peut être utilisée afin d'optimiser le contraste précédent. Cependant, une solution algébrique a dernièrement été proposée dans [40]. Notons toutefois que COM1 nécessite que les sources aient des kurtosis de même signe.

4) *L'algorithme JADE*: L'algorithme JADE nécessite premièrement un blanchiment des observations, puis la maximisation du contraste suivant :

$$\psi(\tilde{\mathbf{G}}, \mathbf{z}[m]) = \sum_{p,j_2,j_3=1}^P \left| C_{p,j_3,p,j_2,\tilde{\mathbf{G}}\mathbf{z}} \right|^2 \quad (29)$$

Une solution algébrique consiste à diagonaliser conjointement l'ensemble des matrices propres \mathbf{M}_p construites à partir des vecteur propres associés aux P plus grandes valeurs propres de la matrice de quadricovariance \mathbf{Q}_z .

5) *Les algorithmes ICAR et BIRTH*: Les algorithmes ICAR et BIRTH visent à exploiter les redondances matricielles présentes respectivement dans la quadricovariance et dans l'hexacovariance des observations. Contrairement à SOBI, JADE, COM1 et COM2, elles ne permettent pas d'extraire au plus une source gaussienne. En outre, comme COM1, elles nécessitent dans leur version actuelle que les cumulants des sources soient de même signe. Néanmoins, contrairement aux approches précédentes, ces deux méthodes ne nécessitent pas d'étape de blanchiment à l'ordre deux, ce qui leur confère l'avantage d'être insensibles asymptotiquement à la présence d'un bruit gaussien de cohérence spatiale inconnue. Par ailleurs, BIRTH permet d'identifier des mélanges de sources potentiellement sous-déterminés. Ainsi, selon la structure analytique de la matrice de mélange, BIRTH peut traiter jusqu'à N^2 sources avec seulement N observations. BIRTH est une extension d'ICAR à l'ordre six. Dans un souci de simplicité, nous allons nous contenter de présenter le concept de cette famille de méthodes au travers d'ICAR.

Sous l'hypothèse de sources de kurtosis de signes identiques (supposons sans perte de généralité que les kurtosis soient positifs), il est possible de calculer une racine carrée de la matrice de quadricovariance, \mathbf{Q}_x ,

des observations. Cette dernière vérifie alors :

$$\mathbf{Q}_x^{1/2} = [\mathbf{H} \oslash \mathbf{H}] \zeta_s^{1/2} \mathbf{V}^\top, \quad (30)$$

où $\zeta_s^{1/2}$ est la matrice diagonale de taille $(P \times P)$ des cumulants d'ordre quatre des sources et \mathbf{V} une matrice orthonormée. Or la matrice $\mathbf{H} \oslash \mathbf{H}$ peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\mathbf{H} \oslash \mathbf{H} = [[\mathbf{H}\Phi_1]^\top [\mathbf{H}\Phi_2]^\top \dots [\mathbf{H}\Phi_N]^\top]^\top \quad (31)$$

où Φ_n est une matrice diagonale constituée des éléments de la n -ième ligne du mélange \mathbf{H} . Par conséquent la matrice $\mathbf{Q}_x^{1/2}$ vérifie l'égalité suivante :

$$\mathbf{Q}_x^{1/2} = [[\mathbf{H}\Phi_1 \zeta_s^{1/2} \mathbf{V}^\top]^\top \dots [\mathbf{H}\Phi_N \zeta_s^{1/2} \mathbf{V}^\top]^\top]^\top = [\Gamma_1^\top \dots \Gamma_N^\top]^\top \quad (32)$$

En extrayant de $\mathbf{Q}_x^{1/2}$ les N blocs matriciels Γ_n de taille $(N \times P)$, il est possible de construire les $N(N-1)$ matrices \mathbf{O}_{n_1, n_2} telles que :

$$\forall (n_1, n_2), 1 \leq n_1 \neq n_2 \leq N, \mathbf{O}_{n_1, n_2} = \Gamma_{n_1}^\# \Gamma_{n_2} \quad (33)$$

où $\#$ désigne l'opérateur de la pseudo-inverse. Notons au passage que sous l'hypothèse **H7**, les matrices \mathbf{O}_{n_1, n_2} vérifient l'égalité suivante :

$$\mathbf{O}_{n_1, n_2} = \mathbf{V} \mathbf{D}_{n_1, n_2} \mathbf{V}^\top \quad (34)$$

où les $N(N-1)$ matrices $\mathbf{D}_{n_1, n_2} = \Phi_{n_1}^{-1} \Phi_{n_2}$ de taille $(P \times P)$ sont diagonales. Une diagonalisation conjointe des matrices \mathbf{O}_{n_1, n_2} permet ainsi d'estimer \mathbf{V} à une matrice triviale orthonormée près. Sachant, d'après l'équation (30), que $\mathbf{Q}_x^{1/2} \mathbf{V}$ est une estimée de $\mathbf{H} \oslash \mathbf{H}$ à une matrice diagonale près, il est donc possible d'estimer la matrice $\mathbf{H} \oslash \mathbf{H}$ à partir de $\mathbf{Q}_x^{1/2}$ à une matrice triviale près. Enfin, la dernière étape de la méthode consiste à extraire la matrice \mathbf{H} de la matrice $\mathbf{H} \oslash \mathbf{H}$. Cette opération est réalisée en remarquant que le p -ième vecteur colonne de $\mathbf{H} \oslash \mathbf{H}$ s'écrit sous la forme $\mathbf{h}_p \otimes \mathbf{h}_p$ où \mathbf{h}_p est le p -ième vecteur colonne de \mathbf{H} . Il est alors facile, pour chaque valeur de p ($1 \leq p \leq P$), de ranger les composantes du vecteur $\mathbf{h}_p \otimes \mathbf{h}_p$ de taille $(N^2 \times 1)$ dans une matrice \mathbf{B}_p de taille $(N \times N)$ telle que $\mathbf{B}_p = \mathbf{h}_p \mathbf{h}_p^\top$. Les P matrices \mathbf{B}_p sont de rang 1, une simple diagonalisation de chacune d'entre elles (en ne retenant à chaque fois que le vecteur propre associé à la valeur propre dominante) permet alors d'estimer les P vecteurs \mathbf{h}_p à un scalaire près.

V. APPLICATION DE LA SAS AU DOMAINE BIOMÉDICAL

Prétendre faire en quelques pages un tour d'horizon exhaustif de l'ensemble des applications des méthodes de SAS dans les domaines relevant du traitement de l'information ne serait pas sérieux tant le nombre de contributions enregistrées est élevé. Aussi nous nous focaliserons dans cette section sur les mises en oeuvre de tels outils pour l'analyse et le traitement de signaux électrophysiologiques. Afin de mettre en évidence l'intérêt et le potentiel de ces méthodes, ainsi que leurs facilités de mise en oeuvre, certains travaux majeurs de ce domaine seront détaillés ci-dessous. L'activité électrophysiologique d'une entité structurale, d'un système ou d'un organe (i.e. source d'activité) est souvent recueillie par le biais de capteurs disposés suivant des protocoles bien codifiés. Les signaux qui en résultent sont généralement des observations vectorielles vérifiant le modèle (4) et plus particulièrement le modèle suivant :

$$\mathbf{x}[m] = \mathbf{H}_1 \mathbf{s}_1[m] + \mathbf{H}_2 \mathbf{s}_2[m] + \boldsymbol{\nu}_1[m] + \boldsymbol{\nu}_2[m] \quad (35)$$

Dans cette expression, la partie utile du signal est représentée par les termes s_1 . Ces termes peuvent être liés soit à l'activité propre d'un système, soit à un mélange d'activités issues de différents sous-systèmes. s_2 correspond aux artefacts. Pour ces deux types d'activité, les instants d'occurrence sont généralement aléatoires et les supports temporels sont de courte durée. L'activité de fond est représentée par le terme ν_1 . Celui-ci peut être considéré comme étant localement stationnaire sur un horizon temporel relativement long comparé aux activités précédentes. Le bruit de mesure lié à la chaîne d'acquisition, supposé stationnaire, est décrit par le terme ν_2 . Il est à noter que noyé dans ce bruit de nature composite, les signaux d'intérêt sont souvent de faible puissance. De plus, l'hétérogénéité du milieu de propagation des signaux rend très difficile l'utilisation des méthodes d'identification de mélange. Dans ce contexte, disposer de méthodes non paramétriques, qui travaillent de plus en aveugle, pour débruiter les observations reçues sur les capteurs et séparer les contributions des "sources" d'intérêt à partir de leur mélange, constitue un enjeu majeur.

Les méthodes de SAS ont été mises en oeuvre avec succès, et ont permis d'obtenir des résultats répondant à des besoins cliniques en terme de diagnostic sur divers signaux électrophysiologiques. Parmi ceux-ci, nous trouvons principalement l'ElectroCardioGramme (ECG), l'ElectroEncéphaloGramme (EEG), le MagnétoEncéphaloGramme (MEG) et l'ElectroMyoGramme (EMG).

A. Analyse de signaux électrocardiographiques

1) *Extraction non-invasive de l'ECG du fœtus à partir d'un ensemble de signaux ECG recueillis sur la mère*: L'un des problèmes cliniques posé en maternité, et durant la grossesse est de pouvoir accéder à l'ECG du fœtus (ECGf) pendant la période intra-utérine afin de collecter le maximum d'informations susceptibles de révéler d'éventuelles malformations ou problèmes cardiaques. Ceci est également important lors du monitoring du fœtus durant la phase de travail précédent l'accouchement. Les premiers travaux ayant abordé cette question remontent aux années 60. Ils se sont intéressés à la réduction des bruits affectant le signal [74] puis à la détection de l'activité cardiaque du fœtus [23], [44]. L'extraction proprement dite de l'ECGf, à partir d'un mélange contenant l'ECG maternel (ECGm) et ECGf, n'a été envisagée que plus tard avec l'apparition du filtrage adaptatif séquentiel, et continue à ce jour de faire l'objet de nombreux travaux de recherche [57], [125].

Ce problème a été considéré sous l'angle "séparation de source" pour la première fois par L. De Lathauwer et al. [46]. S'appuyant sur les travaux de [104] et ceux de [98], les auteurs justifient deux points importants dans la formulation du problème :

- le premier considère que l'activité électrique du coeur de la mère peut être assimilée à un champ tournant (à 3 dimensions) à partir d'une certaine distance. Le signal électrique correspondant à l'électrocardiogramme de la mère est donc vu comme un signal à 3 composantes [104],
- le deuxième stipule que l'espace associé à l'ECGf n'est pas forcément de dimension 3 et peut changer au cours de la gestation [98], donnant une activité électrique qui peut être composée de 1 à 3 signaux.

En plus des deux points précédents, les auteurs supposent que :

- les signaux ECGf sont statistiquement indépendants des signaux de la mère,
- le transfert entre les sources de courant dans le corps et la surface cutanée est assimilé à un transfert linéaire résistif [104],

- la rapidité de propagation des signaux électriques dans les tissus humains permet de considérer le caractère instantané de la propagation,
- la faible amplitude des signaux ECGf implique que d'autres signaux biologiques (les contractions du diaphragme et de l'utérus, l'activité musculaire, etc) ne peuvent pas être négligés. De plus, de nombreux bruits parasites tels que le bruit thermique des appareils de mesure, les interférences générées par le réseau électrique et le bruit dû au contact des électrodes sur la peau, viennent perturber l'acquisition des données.

En tenant compte de ces hypothèses, le problème a été formalisé dans [46] comme un problème de séparation de sources à partir de leur mélange linéaire instantané auquel s'ajoute un bruit additif. La solution proposée, en s'appuyant sur les techniques exploitant les statistiques d'ordre supérieur, cherche à séparer des familles de natures physiologiques différentes. La première famille représente l'ECGm, la seconde correspond à l'ECGf et la troisième englobe les différentes sources parasites¹. Des tests ont été conduits sur des observations recueillies sur huit électrodes dont cinq sont placées sur la région abdominale et trois sur la cage thoracique de façon à être éloignées du fœtus. Les résultats obtenus ont montré que : l'ECGm a été isolé sur les trois premières composantes, les composantes 5 et 8 représentent le second espace (ECGf), la basse fréquence (probablement liée à la respiration) a été extraite sur la quatrième composante et les composantes restantes (6 et 7) représentent les bruits.

D'autres travaux ont aussi abordé ce problème en utilisant les méthodes de SAS [34], [48], [128]. Dans [34], les auteurs ont mis en oeuvre l'algorithme de SAS qu'ils ont proposé dans [35]. Cet algorithme est basé sur la méthode dite du gradient naturel, introduite dans [8]. Cependant, à la différence de cette dernière, les auteurs proposent une estimation des densités de probabilité des sources qui prend en compte, dans la progression de l'algorithme, la nature de sur-gaussianité ou de sous-gaussianité des sources. Ils ont alors comparé leurs résultats à ceux de A. J. Bell et T. J. Sejnowski [14] et ont montré que leur méthode améliore le rapport signal/bruit sur les composantes représentant l'ECGf.

Les travaux de L. De Lathauwer et al., présentés dans [48], sont un prolongement de ceux décrits dans [46]. Ils ont considéré, par le biais de simulations, un cas de trouble du rythme cardiaque chez le fœtus (apparition d'une extrasystole) et aussi la présence de jumeaux. La mise en oeuvre, cette fois-ci, d'une technique SAS utilisant les statistiques d'ordre supérieur a été retenue. Les auteurs ont montré que les méthodes de SAS restent efficaces dans ce contexte aussi.

Dans [128], V. Zarzoso et al. proposent une étude comparative entre la technique de filtrage adaptatif présentée par [125] et les techniques de SAS basées sur les statistiques d'ordre supérieur. Les expériences conduites dans cette étude montrent que les méthodes de SAS sont plus robustes et fournissent des résultats supérieurs à ceux obtenus par filtrage adaptatif, confortant ainsi tout l'intérêt qui leur porté à la SAS.

2) *Réduction du bruit et d'artefacts en ECG* : Au cours de leur enregistrement, les signaux ECG sont souvent altérés par différents types d'artefacts et de bruits. Les artefacts sont induits par les déplacements des électrodes ou par les mouvements du patient. En activité de fond, on trouve le tonus musculaire, l'effet de la respiration et les interférences dues à l'alimentation électrique.

¹Ici, les sources physiologiques qui ne correspondent ni à l'ECGf ni à l'ECGm sont considérées comme des sources parasites.

Plusieurs méthodes de filtrage, adaptatif ou non, linéaire ou non, ont été proposées pour la réduction de ces perturbations. Toutefois, l'efficacité de ces méthodes se révèle souvent limitée. En effet, l'occupation spectrale des perturbations empiète sur celle de l'ECG et, par conséquent, la plupart de ces filtres introduisent des distorsions morphologiques sur les ondes élémentaires du signal cardiaque, rendant ainsi difficile son interprétation. Plusieurs travaux ont été menés en recourant aux méthodes de SAS pour faciliter l'analyse des signaux ECG. Par exemple, J.O. Wisbeck et al. [126] ont cherché à éliminer, sur des enregistrements à 8 voies, l'influence de la respiration pour corriger la dérive de la ligne de base; ils ont pour cela utilisé l'algorithme SAS dit, du point fixe, proposé dans [77]. Ils ont montré que cette technique était capable d'améliorer la qualité des signaux. Cependant, l'isolation des artefacts respiratoires n'était pas satisfaisant car plusieurs composantes indépendantes contenaient encore des ondulations basses fréquences.

Une étude détaillée a été conduite par H. Taigang et al. [113] pour juger qualitativement de l'intérêt des approches SAS pour la restauration du signal ECG. Ils ont ainsi mené des expériences sur trois dérivations ECG en considérant plusieurs cas de figure de perturbations (bruits spatialement corrélés ou non, temporellement localisés ou non, transitoires ou localement stationnaires, rapport signal à bruit variable). L'approche SAS employée ici est celle introduite par J. F. Cardoso et al. dans [30]. Les différents scénarios envisagés par les auteurs montrent que leur approche conduit à une réduction significative des bruits et artefacts affectant les enregistrements ECG pour des rapports signal à bruit modérés. Cependant, ces résultats sont basés sur des évaluations qualitatives des signaux réels où la vérité terrain n'est que partiellement connue.

B. Analyse de signaux électroencéphalographiques

L'activité cérébrale enregistrée au moyen des techniques EEG ou MEG est elle aussi souvent entachée de bruits. Nous retrouvons, par exemple, les bruits induits par le dispositif d'enregistrement (électrodes, fils électriques, alimentation, etc), ceux liés aux mouvements du patient, à son activité musculaire locale, à ses mouvements oculaires et à son activité cardiaque. Ces perturbations peuvent avoir des dynamiques plus élevées que celles des signaux cérébraux, d'où le besoin de mettre en place des procédures de réjection de ces bruits pour faciliter l'interprétation ou le traitement en amont de ces enregistrements.

1) *Réduction de bruits et d'artefacts* : Les méthodes de SAS ont naturellement été envisagées pour atténuer ces "composantes" indésirables. Ainsi, les travaux de R. Vigarío présentés dans [120] cherchent à éliminer l'interférence des mouvements oculaires sur un ensemble de signaux EEG. Dans [78], [79], T. P. Jung et al. exploitent la méthode proposée par T. W. Lee et T. J. Sejnowski dans [90] pour éliminer toutes sortes d'artefacts (les mouvements oculaires, l'activité musculaire, l'ECG, etc) rencontrés dans des données EEG brutes. En MEG, K. A. Barros et al. étudient, dans [10], [12], l'extraction et la suppression de l'ECG à partir d'un enregistrement de 122 voies MEG. La méthode utilisée est basée sur l'approche présentée dans [77]. Ils remplacent la variance qui apparaît dans l'approximation du kurtosis par l'autocorrélation pondérée de la sortie afin de tenir compte de la quasi-stationnarité du signal ECG à extraire (exploitation d'une connaissance *a priori* de la source à extraire). D'autres applications, exploitant aussi l'algorithme présenté dans [77] et travaillant complètement en aveugle, ont été présentées par R. Vigarío et al. dans [121], [122]. Les auteurs ont conduit certaines expériences afin de montrer l'efficacité des méthodes de SAS dans l'extraction des différents artefacts qui interfèrent avec les informations MEG utiles. L'utilisation récurrente de l'algorithme FastICA est justifiée par sa capacité à travailler par déflation (c'est-à-dire : extraction des sources l'une après l'autre).

Ceci permet de traiter des systèmes qui mettent en jeu un nombre élevé d'observations (de l'ordre d'une centaine de voies) où seules quelques composantes indépendantes sont extraites. Plus récemment, des travaux visant l'élaboration d'un système ambulatoire multi-varié permettant d'explorer, sur une longue durée et à domicile, les fonctions neurologiques pour le diagnostic de différents troubles du sommeil, ont été menés par notre équipe [82], [105]. Nous avons proposé un nouveau système d'acquisition composé de seulement quatre capteurs et d'une référence; ce qui fait un total de cinq électrodes. Cependant, ce nouveau système enregistre en fait un mélange des signaux d'intérêt ElectroEncéphaloGraphiques (EEG), Electro-OcculoGraphique (EOG) et d'ElectroMyoGraphique (EMG). Nous avons alors montré que les méthodes de SAS permettent d'extraire, sur des voies distinctes, tous les signaux d'information (EEG, EOG et EMG) requis par l'expert clinicien pour la caractérisation des phases du sommeil, qui est exploitée dans le diagnostic des différents troubles du sommeil.

2) *Analyse et segmentation des potentiels évoqués*: L'EEG aussi bien que la MEG sont modifiés lorsque surviennent des stimulations sensorielles. Avec des techniques adaptées, il est possible de recueillir ces modifications que l'on appelle potentiels évoqués. Il s'agit d'une succession d'ondes dont la latence d'apparition mesure le temps que met une stimulation sensorielle pour être captée par un récepteur, et le délai de sa transmission jusqu'au cerveau. L'amplitude de la réponse dépend du nombre de neurones activés par la stimulation. Les premiers générateurs activés au niveau du cortex cérébral sont dans la zone de projection spécifique à la modalité sensorielle utilisée, en face de laquelle est posée l'électrode d'enregistrement (région occipitale pour la vision, temporale pour l'audition et pariétale pour le tact). D'autres zones du cerveau, dépendant du type de traitement que subit la stimulation, sont ultérieurement activées. Les potentiels évoqués sont généralement classés selon le type de stimulus. On distingue ainsi les Potentiels Evoqués Visuels (PEV) : ils sont obtenus à la suite d'une stimulation lumineuse. Les Potentiels Evoqués Somesthésiques (PES) sont provoqués à l'aide d'un petit choc électrique appliqué sur le trajet d'un nerf. Les Potentiels Évoqués Auditifs (PEA) : ils sont provoqués à l'aide d'écouteurs émettant un son bref (ex., clic) qui stimule la cochlée de l'oreille interne. Le signal est capté par des électrodes placées sur le cuir chevelu au sommet du crâne et sur les lobes des oreilles.

On distingue deux types de composantes dans les potentiels évoqués. Les composantes exogènes qui dépendent surtout des caractères physiques de la stimulation tels que l'intensité, la fréquence..., sont les premières à apparaître. Ce sont elles qui sont habituellement mesurées dans les laboratoires d'exploration fonctionnelle neurologique. Elles comprennent des ondes, générées au niveau du tronc cérébral (Potentiel Evoqué du Tronc Cérébral), apparaissant dans les 10 ms qui suivent la stimulation, et des ondes qui surviennent entre 10 et 100 ms (Potentiel Evoqué de Latence Moyenne). A leur suite, existent des composantes endogènes qui dépendent de l'attitude du sujet vis-à-vis de la stimulation, et notamment, de l'attention qu'il y porte. Elles apparaissent surtout après un délai de 100 ms suivant la stimulation.

Chaque type de potentiel évoqué a une signature temporelle spécifique. Cependant, sur des enregistrements MEG/EEG bruts, ces signaux sont difficilement localisables du fait de la domination de l'activité cérébrale de fond. Pour des finalités diagnostiques de certaines pathologies (la dyslexie, l'autisme, la sclérose en plaque, etc.), qui peuvent affecter les amplitudes ou les latences des potentiels évoqués, des travaux de recherche, faisant appel aux méthodes de SAS, ont été menés avec pour objectifs de :

- séparer des potentiels évoqués engendrés par des stimulations simultanées de natures différentes,

- isoler les différentes ondes produites en réponse à une stimulation spécifique.

Ce dernier point est abordé dans [92] et [80] sur la base d'enregistrements EEG et de stimulations auditives. Les auteurs ont élaboré un protocole expérimental où un sujet est soumis à un même stimulus auditif à plusieurs reprises. Pour chaque stimulation, le patient appuie sur un bouton s'il entend le stimulus. Les réponses cérébrales sont acquises sur 14 électrodes différentes (13 électrodes placées sur le scalp et une électrode pour la détection des mouvements oculaires). Après avoir éliminé tous les signaux où les mouvements oculaires sont trop prépondérants (amplitude $> 70 \mu V$), les réponses EEG sont divisées en deux groupes : groupe des réponses de détection positive et groupe de détection négative. Les deux groupes sont alors moyennés séparément. Enfin la méthode de SAS présentée dans [90] a été appliquée aux réponses EEG moyennées des deux groupes. Les résultats obtenus montrent qu'il est possible de séparer les différentes ondes générées par le cerveau en réponse à un stimulus auditif, des autres activités de base. Une autre approche exploitant cette fois-ci la MEG a été présentée dans [124]. Dans cette étude, le stimulus utilisé est un son pur de fréquence 1000 Hz. Chaque son est composé d'un plateau de 100 ms. 200 stimuli séparés de 1 s ont été présentés à l'oreille droite du sujet. Le champ évoqué auditif est recueilli sur une base de temps de 500 ms avec une période pré-stimulus de 100 ms, puis les 200 époques sont moyennées sur chacune des 122 voies MEG. La méthode de séparation de sources par déflation [77] est ensuite appliquée aux observations moyennées, montrant ainsi que les réponses du cerveau générées autour de 100 ms peuvent être séparées de celles générées autour 200ms. En plus, une discrimination entre les réponses du lobe gauche et celles du lobe droit est clairement visible.

La séparation de potentiels évoqués, induits par des stimulations de natures différentes, a été considérée dans [123]. R. N. Vigario et al. ont montré, en utilisant toujours l'algorithme développé dans [77], que les méthodes de SAS sont capables, à partir de stimulations somesthésiques et auditives simultanées, de différencier les réponses du cerveau à ces stimuli sur les enregistrements MEG.

C. Analyse des signaux électromyographiques

Le problème posé est d'isoler les activités électriques générées par des muscles spécifiques, à partir d'acquisitions faites par des électrodes placées sur une partie du corps du patient (bras, jambe, etc). La séparation de ces activités est importante dans de nombreuses questions médicales comme l'évaluation de la coordination des différents muscles, la détection de certains syndromes (le syndrome du canal carpien par exemple, ou encore le contrôle de prothèses). D. Farina et al. ont présenté dans [56] des résultats intéressants concernant ce problème. Pour cela ils ont défini un protocole expérimental leur permettant d'évaluer objectivement les performances d'approches SAS. Dans ce protocole, deux muscles bien spécifiques de l'avant-bras sont considérés : la *flexor carpi radialis* et *pronator teres*.² Le choix de ces deux muscles est motivé par la possibilité de les contrôler d'une manière sélective. En effet, la contraction du *flexor carpi radialis* engendre des flexions du poignet et la contraction du *pronator teres* produit une rotation du poignet. Les expériences ont porté sur huit sujets masculins à qui il était demandé de faire des flexions et des rotations cycliques du poignet. L'EMG de surface est acquis par le biais de trois électrodes. La première est placée à la hauteur du premier muscle, la deuxième au niveau du second muscle et la troisième est située entre les deux. Les auteurs ont travaillé sur un modèle linéaire instantané. Le choix de ce modèle a été justifié par le fait que les données EMG sont issues de deux muscles très proches. La méthode de SAS présentée dans [65],

²Leur nomenclature française est respectivement *fléchisseur radial du carpe* et *rond pronateur*.

[66] a été alors appliquée aux trois observations. Les résultats obtenus indiquent que la séparation n'est que partiellement atteinte. Les auteurs expliquent que la raison principale est la relative non adéquation du modèle linéaire instantané avec les observables. Une autre étude intéressante est reportée par G. A. Garcia et al [68]. L'objectif y est d'identifier, à partir de l'EMG de surface collecté sur un muscle, les activités correspondant à chaque unité motrice ³ du muscle en question.

D. Autres applications biomédicales

Les applications SAS aux signaux ECG, EEG et MEG présentées ci-dessus ont été abordées à plusieurs reprises dans la littérature. Toutefois, d'autres applications moins répandues ont été publiées. Citons par exemple :

- l'étude menée par J. J. Reita et al. [109] pour la caractérisation de la fibrillation auriculaire à partir de signaux ECG multivoies. Le train d'onde P est extrait après mise en oeuvre de la technique FastICA [77],
- les travaux de R. Vetter et al. [119] cherchent à caractériser les mécanismes par lesquels le Système Nerveux Autonome (SNA) régule la variabilité cardiaque,
- l'étude, décrite par de A. K. Barros et al. dans [11] qui cherche à extraire des fuseaux de sommeil appelés *spindles* ⁴ à partir d'un ensemble de signaux EEG pour aider les cliniciens dans l'analyse des nuits de sommeil,
- ainsi que les travaux présentés par A. Rouxel dans [110]. Dans cette étude les auteurs travaillent sur des signaux EEG enregistrés sur des patients épileptiques. L'objectif est de pouvoir séparer l'activité électrique, due à la maladie, des activités de base du cerveau.

La SAS présente aussi un intérêt pour l'analyse d'images biomédicales en général et, plus particulièrement, en Imagerie par Résonance Magnétique fonctionnelle (IRMf). Les lecteurs, intéressés par cet aspect, peuvent consulter les références suivantes [22], [52], [55], [83], [94], [112].

VI. CONCLUSION

Dans cet article nous avons présenté la problématique de la séparation aveugle de sources et nous avons décrit dans des contextes particuliers des méthodes mises en oeuvre pour aborder cette question. Le champ d'applications des SAS est vaste et couvre des domaines variés. Ces dernières années, la SAS a été explorée pour répondre à des besoins de traitement de signaux biomédicaux. Cependant, les méthodes retenues à cet effet ne constituent qu'un sous-ensemble réduit des approches possibles dans ce contexte. De plus, le choix des méthodes est rarement dicté par des critères quantitatifs de performance. Il s'avère donc nécessaire de conduire des études comparatives, sur la base de données expérimentales parfaitement maîtrisées et/ou sur des données simulées issues de scénarii réalistes, pour déterminer les performances globales des méthodes et sélectionner la ou les plus appropriées en connaissance de cause.

REFERENCES

- [1] L. ALBERA, "Identification autodidacte de mélanges potentiellement sous-déterminés," Ph.D. dissertation, University of Nice-Sophia Antipolis, December 2003.

³A une unité motrice est associé un train de potentiel d'action généré par la contraction d'un ensemble de fibres musculaires.

⁴Bouffées d'activité neuronale du cerveau de 12 à 14 Hz, durant au moins une demi-seconde.

- [2] L. ALBERA, P. COMON, P. CHEVALIER, and A. FERREOL, "Blind identification of underdetermined mixtures based on the hexacovariance," in *ICASSP 04, IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing*, Montreal, Quebec, May 17-21 2004.
- [3] L. ALBERA, A. FERREOL, P. CHEVALIER, and P. COMON, "ICAR, un algorithme d'ICA à convergence rapide, robuste au bruit," in *GRETSI 03, XIXeme colloque sur le Traitement du Signal et des Images*, vol. 1, Paris, France, September 8-11 2003, pp. 193–196.
- [4] —, "ICAR: Independent Component Analysis using Redundancies," in *ISCAS 04, IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, Vancouver, Canada, May 23-26 2004.
- [5] —, "ICAR, a tool for blind source separation using fourth order statistics only," *IEEE Transactions On Signal Processing*, vol. 53, no. 10, pp. 3633–3643, October 2005.
- [6] L. ALBERA, A. FERREOL, P. COMON, and P. CHEVALIER, "Sixth order blind identification of underdetermined mixtures (BIRTH) of sources," in *ICA 03, Fourth International Symposium on Independent Component Analysis and Blind Signal Separation*, Nara, Japan, April 1-4 2003, pp. 909–914.
- [7] —, "Blind Identification of Overcomplete Mixtures of sources (BIOME)," *Linear Algebra Applications, Special Issue on Linear Algebra in Signal and Image Processing*, vol. 391C, pp. 3–30, November 2004.
- [8] S. AMARI, "Natural gradient works efficiently in learning," *Neural Computation*, vol. 10, no. 2, pp. 251–276, 1998.
- [9] B. ANS, J. HERAULT, and C. JUTTEN, "Adaptative neural architectures : Detection of primitives," in *COGNITIVA'85*, 1985, pp. 593–597.
- [10] A. K. BARROS and N. OHNISHI, "Removal of quasi-periodic sources from physiological measurements," in *ICA'99*, Aussois, France, January 1999, pp. 11–15.
- [11] A. K. BARROS, R. ROSIPAL, M. GIROLAMI, G. DORFFNER, and N. OHNISHI, "Extraction of sleep-spindles from the electroencephalogram (EEG)," in *In Artificial Neural Networks in Medicine and Biology, (Proc. of the ANNIMAB-1 Conference)*, Springer, 2000, pp. 125–130.
- [12] A. K. BARROS, R. VIGARIO, V. JOUSMÄKI, and N. OHNISHI, "Extraction of event-related signals from multichannel bioelectrical measurements," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 47, no. 5, pp. 583–588, May 2000.
- [13] M. BASSEVILLE, "Distance measures for signal processing and pattern recognition," *Signal Processin, Elsevier*, vol. 18, no. 4, pp. 349–369, December 1989.
- [14] A. J. BELL and T. J. SEJNOWSKI, "An information maximization approach to blind separation and blind deconvolution," *Neural Computation*, vol. 7, pp. 1129–1159, 1995.
- [15] —, "The independent component of natural scenes are edge filter," *Vision Research*, vol. 37, no. 23, pp. 3327–3338, 1997.
- [16] A. BELOUHRANI, "Séparation autodidacte de sources: Algorithmes, performances et application à des signaux expérimentaux," Ph.D. dissertation, ENST Paris, 1995.
- [17] A. BELOUHRANI, K. ABED-MERAIM, J.-F. CARDOSO, and E. MOULINES, "Second-order blind source separation of correlated sources," in *International Conference on Digital and Signal*, Nicosia, Cyprus, July 1993, pp. 346–361.
- [18] —, "A blind source separation technique using second-order statistics," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 45, no. 2, pp. 434–444, February 1997.
- [19] A. BELOUHRANI and M. G. AMIN, "Blind source separation based on time-frequency signal representation," *IEEE Transactions On Signal Processing*, vol. 46, no. 11, pp. 2888–2897, November 1998.
- [20] A. BELOUHRANI and A. CICHOCJI, "Robust whitening procedure in blind source separation context," *Electronics Letters*, vol. 23, no. 24, pp. 2050–2051, November 2000.
- [21] E. BINGHAM and H. HYVARINEN, "A fast fixed-point algorithm for independent component analysis of complex valued signals," *International Journal of Neural Systems*, vol. 10, no. 1, pp. 1–8, 2000.
- [22] B. B. BISWAL and J. L. ULMER, "Blind source separation of multiple signal sources of fmri data sets using independent component analysis," *Journal of Computer Assisted Tomography*, vol. 23, no. 2, pp. 265–271, 1999.
- [23] J. V. BOMMEL, "Detection of weak foetal electrocardiograms by autocorrelation and crosscorrelation of envelopes," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 15, pp. 17–23, January 1968.
- [24] R. BRO, "Parafac, tutorial and applications," *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, vol. 38, pp. 149–171, 1997.
- [25] J.-F. CARDOSO, "Blind identification of independent signals," in *Workshop on Higher-Order Spectral Analysis*, Vail (CO), USA, June 1989.
- [26] —, "Super-symmetric decomposition of the fourth-order cumulant tensor. Blind identification of more sources than sensors," in *ICASSP 91, IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing*, Toronto, Canada, May 1991, pp. 3109–3112.

- [27] —, “Iterative techniques for blind source separation using only fourth-order cumulants,” in *EUSIPCO 92, European Signal Processing Conference*, Brussels, Belgium, 1992.
- [28] —, “Infomax and maximum likelihood for blind source separation,” *IEEE Signal Processig Letter*, vol. 4, no. 4, pp. 112–114, 1997.
- [29] —, “Blind signal separation: statistical principles,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 9, no. 10, pp. 2009–2025, 1998.
- [30] J.-F. CARDOSO and A. SOULOUMIAC, “Blind beamforming for non-gaussian signals,” *IEE Proceedings, Part F: Radar and Signal Processing*, vol. 140, no. 6, pp. 362–370, December 1993.
- [31] —, “Jacobi angles for simultaneous diagonalization,” *SIAM Journal of Matrix Analysis and Applications*, vol. 17, no. 1, pp. 161–164, 1996.
- [32] P. CHEVALIER, A. FERREOL, and L. ALBERA, “On the behavior of current second order blind source separation methods for first and second order cyclostationary sources — Application to CPFSK sources,” in *ICASSP 02, IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing*, Orlando, US, May 2002, pp. 3081–3084.
- [33] —, “Méthodologie générale pour la séparation aveugle de sources cyclostationnaires arbitraires — Application à l’écoute passive des radiocommunications,” in *GRETSI 03, Dix-neuvième colloque sur le Traitement du Signal et des Images*, vol. 1, Paris, France, September 8-11 2003, pp. 43–46.
- [34] S. CHOI, A. CICHOCKI, and S. AMARI, “Fetal electrocardiogram data analysis via flexible independent component analysis,” in *4th Asia-Pacific Conference on Medical and Biological Engineering (APCMBE’99)*, Seoul, Korea, 1999.
- [35] —, “Flexible independent component analysis,” *Journal of VLSI Signal Processing*, vol. 26, pp. 25–38, 2000.
- [36] S. CHOI, A. CICHOCKI, and A. BELOUCHRANI, “Blind separation of second-order nonstationary and temporally colored sources,” in *Proceedings. IEEE Workshop on Statistical Signal Processing*, Singapore, 2001.
- [37] P. COMON, “Independent component analysis,” in *In Proc. Int. Sig. Proc. Workshop on Higher-Order Statistics*, Chamrousse, France, 10-12, July 1991, pp. 111–120, republished in *Higher-Order Statistics*, J.L.Lacoume ed., Elsevier, 1992, pp 29-38.
- [38] —, “Independent component analysis, a new concept?” *Signal Processing, Elsevier*, vol. 36, no. 3, pp. 287–314, April 1994.
- [39] —, “Blind channel identification and extraction of more sources than sensors,” in *SPIE Conference*, San Diego, US, July 19-24 1998, pp. 2–13.
- [40] —, “From source separation to blind equalization, contrast-based approaches,” in *ICISP 01, International Conference on Image and Signal Processing*, Agadir, Morocco, May 3-5 2001, pp. 20–32.
- [41] P. COMON, C. JUTTEN, and J. HERAULT, “Blind separation of source, Part II : Statement problem,” *Signal Processing, Elsevier*, vol. 24, no. 1, pp. 11–20, July 1991.
- [42] P. COMON and J. L. LACOUME, “Statistiques d’ordres supérieurs pour le traitement du signal,” *Ecole Predoctorale de Physique, Les Houches*, 30 aout – 10 septembre 1993, p. Flandrin et J. L. Lacoume ed.
- [43] P. COMON and E. MOREAU, “Improved contrast dedicated to blind separation in communications,” in *ICASSP 97, IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing*, Munich, April 20-24 1997, pp. 3453–3456.
- [44] J. R. COX and L. N. MEDGYESI-MITSCHANG, “An algorithmic approach to signal estimation useful in fetal electrocardiography,” *IEEE Trans. Biomedical Engineering*, vol. 16, pp. 215–219, July 1969.
- [45] L. De LATHAUWER, “The canonical decomposition and blind identification with more inputs than outputs: some algebraic results,” in *ICA 03, Fourth International Symposium on Independent Component Analysis and Blind Signal Separation*, Nara, Japan, April 1-4 2003, pp. 781–784.
- [46] L. De LATHAUWER, D. CALLAERTS, B. De MOOR, and J. VANDEWALLE, “Fetal electrocardiogram extraction by source subspace separation,” *Girona, Spain*, June 1995, pp. 134–138.
- [47] L. De LATHAUWER, P. COMON, B. De MOOR, and J. VANDEWALLE, “ICA algorithms for 3 sources and 2 sensors,” in *HOS 99, IEEE Signal Processing Workshop on Higher-Order Statistics*, Caesarea, Israel, June 14-16 1999, pp. 116–120.
- [48] L. De LATHAUWER, B. De MOOR, and J. VANDEWALLE, “Fetal electrocardiogram extraction by blind source subspace separation,” *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 47, no. 5, pp. 567–572, May 2000.
- [49] L. De LATHAUWER, B. De MOOR, J. VANDEWALLE, and J.-F. CARDOSO, “Independent component analysis of largely underdetermined mixtures,” in *ICA 03, Fourth International Symposium on Independent Component Analysis and Blind Signal Separation*, Nara, Japan, April 1-4 2003, pp. 29–33.
- [50] N. DELFOSSE and P. LOUBATON, “Adaptive blind separation of independent sources: a deflation approach,” *Signal Processing, Elsevier*, vol. 45, pp. 59–83, 1995.
- [51] K. I. DIAMANTARAS, “Blind separation of multiple binary sources using a single linear mixture,” in *ICASSP 00, IEEE Int. Conf. Acoust. Speech Sig. Proc.*, Istanbul, Turkey, June 5-9 2000, pp. 2889–2892.
- [52] J. R. DUANN, T. P. JUNG, W. YEH, S. MAKEIG, J. C. HSIEH, and T. J. SEJNOWSKI, “Single-trial variability in event-related bold signals,” *NeuroImage*, vol. 15, no. 54, pp. 823–835, May 2002.

- [53] B. EMILE, P. COMON, and J. LEROUX, "Estimation of time delays with fewer sensors than sources," *IEEE Transaction Signal Processing*, vol. 46, no. 7, pp. 2012–2015, July 1998.
- [54] J. ERIKSSON and V. KOIVUNEN, "Identifiability, separability and uniqueness of linear ICA models," *IEEE Sig. Proc. Letters*, pp. 601–604, July 2004.
- [55] F. ESPOSITO, T. SCARABINO, A. HYVÄRINEN, J. HIMBERG, E. FORMISANO, S. COMANI, G. TEDESCHI, R. GOEBEL, E. SEIFRITZ, and F. D. SALLE, "Independent component analysis of fMRI group studies by self-organizing clustering," *NeuroImage*, 2005.
- [56] D. FARINA, C. FEVOTTE, C. DONCARLI, and R. MERLETTI, "Blind separation of linear instantaneous mixtures of non-stationary surface myoelectric signals," *IEEE Trans. Biomedical Engineering*, vol. 9, pp. 1555–1567, September 2004.
- [57] E. FERRARA and B. WIDROW, "The time-sequenced adaptive filter," *IEEE Transactions Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 29, pp. 679–683, June 1981.
- [58] A. FERREOL, L. ALBERA, and P. CHEVALIER, "Fourth order blind identification of underdetermined mixtures of sources (FOBIUM)," in *ICASSP 03, IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing*, Hong Kong, China, April 6-10 2003, pp. 41–44.
- [59] —, "Fourth order blind identification of underdetermined mixtures of sources (FOBIUM)," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 53, no. 5, pp. 1640–1653, May 2005.
- [60] A. FERREOL and P. CHEVALIER, "Higher order blind source separation using cyclostationarity property of the signals," in *ICASSP 97, 1997 IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing*, Munich, Germany, April 21-24 1997, pp. 4061–4064.
- [61] —, "On the behavior of current second and higher order blind source separation methods for cyclostationary sources," *IEEE Transactions On Signal Processing*, vol. 48, no. 6, pp. 1712–1725, June 2000, Errata vol. 50, no. 4, pp. 990, April 2002.
- [62] A. FERREOL, P. CHEVALIER, and L. ALBERA, "Higher order blind separation of non zero-mean cyclostationary sources," in *EUSIPCO 02, XI European Signal Processing Conference*, vol. 5, Toulouse, France, September 3-6 2002, pp. 103–106.
- [63] —, "Second order blind separation of first and second order cyclostationary sources — Application to AM, FSK, CPFSK and deterministic sources," *IEEE Transactions On Signal Processing*, vol. 52, pp. 845–861, April 2004.
- [64] L. FETY, "Méthodes de traitement d'antenne adaptées aux radiocommunications," Ph.D. dissertation, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications (ENST), 1988.
- [65] C. FEVOTTE, "Approche temps-fréquence pour la séparation aveugle de sources non-stationnaires," Ph.D. dissertation, Ecole Centrale de Nantes et de l'Université de Nantes, Octobre 2003.
- [66] C. FEVOTTE and C. DONCARLI, "Two contributions to blind sources separation using time-frequency distributions," *IEEE Signal processing Letters*, vol. 11, no. 3, pp. 386–389, March 2004.
- [67] M. GAETA and J.-L. LACOUME, "Source separation without prior knowledge : the maximum likelihood solution," in *EUSIPCO*, 1990, pp. 621–624.
- [68] G. A. GARCIA, R. NISHITANI, R. OKUNO, and K. AKAZAWA, "Independent component analysis as preprocessing tool for decomposition of surface electrode-array electromyogram," in *ICA'03*, Nara, Japan, April 2003, pp. 191–196.
- [69] E. GASSIAT, "Déconvolution aveugle," Ph.D. dissertation, University of Paris Sud (Orsay), January 1988.
- [70] F. HARROY and J. LACOUME, "Maximum likelihood estimators and cramer-rao bounds in source separation," *Signal Processing*, vol. 55, pp. 167–177, 1996.
- [71] J. HERAULT and B. ANS, "Circuits neuronaux à synapses modifiables : décodage de messages composites par apprentissage non supervisé," in *C.R. de l'Académie des sciences*, 1984, pp. 525–528.
- [72] J. HERAULT, C. JUTTEN, and B. ANS, "Détection de grandeurs primitives dans un message composite par une architecture de calcul neuromimétique en apprentissage non supervisé," in *GRETSI 85, Dixième colloque sur le Traitement du Signal et des Images*, Nice, France, Septembre 1985, pp. 1017–1022.
- [73] A. HOLOBAR, C. FEVOTTE, C. DONCARLI, and D. ZAZULA, "Single autotermes separation based on bilinear time-frequency representations," in *EUSIPCO*, Toulouse, France, Septembre 2002, pp. 565–568.
- [74] E. HON and S. LEE, "Noise reduction in fetal electrocardiography," *Amer. J. Obst. and Gynecol.*, vol. 78, pp. 1087–1096, December 1963.
- [75] A. HYVARINEN, "Fast and robust fixed-point algorithms for independent component analysis," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 10, no. 3, pp. 626–634, 1999.
- [76] A. HYVARINEN, J. KARHUNEN, and P. OJA, *Independent component analysis*, ser. Wiley interscience. John Wiley and Sons, New York, 2001.
- [77] A. HYVARINEN and E. OJA, "A fast fixed-point algorithm for independent component analysis," *Neural Computation*, vol. 9, pp. 1483–1492, 1997.

- [78] T.-P. JUNG, C. HUMPHRIES, T.-W. LEE, S. MAKEIG, M. J. MCKEOWN, V. IRAGUI, and T. SEJNOWSKI, "Extended ica removes artifacts from electroencephalographic recordings," *Advances in Neural Information Processing Systems*, vol. 10, 1998.
- [79] T.-P. JUNG, C. HUMPHRIES, T.-W. LEE, M. J. MCKEOWN, V. IRAGUI, S. MAKEIG, and T. SEJNOWSKI, "Removing electroencephalographic artifacts by blind source separation," *Psychophysiology*, vol. 37, pp. 163–178, 2000.
- [80] T.-P. JUNG, S. MAKEIG, M. WESTERFIELD, J. TOWNSEND, E. COURCHESNE, and T. J. SEJNOWSKI, "Independent component analysis of single-trial even-related potentials," in *ICA'99*, Aussois, France, January 1999, pp. 173–178.
- [81] C. JUTTEN and J. HERAULT, "Blind separation of sources, part i: An adaptative algorithm based on neuromimatic architecture," *Signal Processing*, vol. 24 no 1, pp. 1–10, July 1991.
- [82] A. KACHENOURA, L. GAUVRIT, and L. SENHADJI, "Extraction and separation of eyes movements and the muscular tonus from a restricted number of electrodes using the independent component analysis," in *EMBS 2003*, Cancun, Mexico, 2003, pp. 2359–2362.
- [83] V. KIVINIEMI, J. H. KANTOLA, J. JAUHAINEN, A. HYVÄRINEN, and O. TERVONEN, "Independent component analysis of nondeterministic fMRI signal sources," *NeuroImage*, vol. 19, no. 2, pp. 253–260, 2003.
- [84] J. L. LACOUME, P. O. AMBLARD, and P. COMON, *Statistiques d'ordre supérieur pour le traitement du signal*, ser. Collection Sciences de l'Ingénieur. Edition Masson, Paris, 1997.
- [85] J. L. LACOUME and P. RUIZ, "Sources identification : a solution based on cumulants," in *IEEE ASSP Workshop*, August 1988.
- [86] B. LAHELD and J. CARDOSO, "Adaptative source separation without prewhitening," in *EUSIPCO 94, European Signal Processing Conference*, September 1994.
- [87] T.-W. LEE, M. GIROLAMI, A. BELL, and T. J. SEJNOWSKI, "A unifying information-theoretic framework for independent component analysis," *Computer and mathematics with Applications*, vol. 31, no. 11, pp. 1–12, 2000.
- [88] T. W. LEE, M. GIROLAMI, and T. J. SEJNOWSKI, "Independent component analysis using an extended infomax algorithm for mixed sub-gaussian and super-gaussian sources," *Neural Computation*, vol. 11, no. 2, pp. 417–441, 1999.
- [89] T. W. LEE, M. S. LEWICKI, M. GIROLAMI, and T. J. SEJNOWSKI, "Blind source separation of more sources than mixtures using overcomplete representations," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 4, no. 4, pp. 87–90, 1999.
- [90] T. W. LEE and T. J. SEJNOWSKI, "Independent component analysis for sub-gaussian and super-gaussian mixtures," in *Proceedings of the 4th Joint Symposium on Neural Computation*, vol. 7, La Jolla, CA: University of California, San Diego, 1997.
- [91] O. MACCHI and E. MOREAU, "Self-adaptative source separation using correlated signal and cross-cumulants," in *Proceeding Workshop Athos working group*, Girona, Spain, June 1995.
- [92] S. MAKEIG, T. P. JUNG, and A. J. BELL, "Blind separation of auditory event-related brain responses into independent components," in *Proc. National Academi of Sciences*, vol. 94, USA, 1997.
- [93] P. McCULLAGH, *Tensor Methods in Statistics*, ser. Monographs on Statistics and Applied Probability. Chapman and Hall, London, 1987.
- [94] M. J. MCKEOWN, S. MAKEIG, G. B. BROWN, T. B. JUNG, S. S. KINDERMANN, A. J. BELL, and T. J. SENOWSKI, "Analysis of fmri data by blind separation into independent spatial components," vol. 6, pp. 160–188, 1998.
- [95] E. MOREAU, "Apprentissage et adaptativité. séparation auto-adaptative de sources indépendantes," Ph.D. dissertation, Paris sud University, 1995.
- [96] —, "Criteria for complex sources separation," in *in Proceeding of European Signal Processing Conference, (EUSIPCO'96)*, Trieste, Italy, September 1996, pp. 931–934.
- [97] E. MOREAU and O. MACCHI, "New self-adaptive algorithms for source separation based on contrast functions," in *HOS93, IEEE Signal Processing Workshop on Higher Order Statistics*, Lake Tahoe, US, June 1993, pp. 215–219.
- [98] T. OOSTENDORP, "Modelling the fetal ecg," Ph.D. dissertation, K.U. Nijmegen, the Netherlands, 1989.
- [99] B. PEARLMUTTER and L. PARRA, "A context-sensitive generalization of ica," in *Internationnal Conference on Neural Information Processing*, 1996, pp. 151–157.
- [100] D.-T. PHAM and P. GARRAT, "Blind separation of mixture of independent sources through a quasi-maximum likelihood approach," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 45, no. 7, pp. 1712–1725, 1997.
- [101] D. T. PHAM, P. GARRAT, and C. JUTTEN, "Blind separation of mixture of independent sources through a maximum likelihood approach," in *in proceeding EUSIPCO*, 1992, pp. 771–774.
- [102] D. PHAM and J. F. CARDOSO, "Blind separation of instantaneous mixtures of non stationary sources," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 49, no. 9, pp. 1837–1848, 2001.
- [103] B. PICINBONO, *Signaux aléatoires, Tome 1*. Dunod, Paris, 1993.
- [104] R. PLONSEY, *Bioelectric phenomena*. McGraw-Hill, New York, 1969.

- [105] F. POREE, A. KACHENOURA, H. GAUVRIT, C. MORVAN, G. CARRAULT, and L. SENHADJI, "blind source separation for ambulatory sleep recording," *Transactions on Information Technology in Biomedicine*, vol. 10, no. 2, pp. 293–301, 2006.
- [106] A. PRIETO, B. PRIETO, C. G. PUNTONET, A. GANAS, and P. MARTIN-SMITH, "Geometric separation of linear mixtures of sources: Application to speech signals," in *National Workshop on Independent Component Analysis and Blind Separation of Signals*, Aussois, France, January 1999, pp. 295–300.
- [107] A. PRIETO, C. G. PUNTONET, and B. PRIETO, "A neural algorithm for blind separation of sources based on geometric properties," *Signal Processing*, vol. 64, no. 3, pp. 315–331, 1998.
- [108] C. G. PUNTONET, A. PRIETO, C. JUTTEN, M. RODRIGUEZ-ALVAREZ, and J. ORTEGA, "Separation of sources: A geometry-based procedure for reconstruction of n-valued signals," *Signal Processing*, vol. 46, no. 3, pp. 267–281, 1995.
- [109] J. J. RIETA, F. CASTELLS, C. SANCHEZ, V. ZARZOSO, and J. MILLET, "Atrial activity extraction for atrial fibrillation analysis using blind source separation," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 51, no. 7, pp. 1176–1186, July 2004.
- [110] A. ROUXEL, D. L. GUENNEC, and O. MACCHI, "Unsupervised adaptive separation of impulse signals applied to EEG analysis," in *ICASSP'00*, June 2000, pp. 420–423.
- [111] S. M. SPOONER and W. A. GARDNER, "The cumulant theory of cyclostationarity time-series – Part. II : Development and applications," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 42, no. 12, pp. 3409–3429, December 1994.
- [112] J. V. STONE, J. PORRILL, N. R. PORTER, and I. D. WILKINSON, "Spatiotemporal independent component analysis of event-related fmri data using skewed probability density functions," *NeuroImage*, vol. 15, no. 2, pp. 407–421, February 2002.
- [113] H. TAIGANG, G. CLIFFORD, and L. TARASSANKO, "Application of ica in removing artefacts from the ECG," *Accepted to Neural Processing Letters*, 2004.
- [114] A. TALEB, "An algorithm for the blind identification of N independent signal with 2 sensors," in *ISSPA 01, sixteenth symposium on signal processing and its applications*, Kuala-Lumpur, Malaysia, August 13-16 2001, pp. 5–8.
- [115] N. THIRION and E. MOREAU, "New criteria for blind signal separation," in *IEEE Workshop on Statistical Signal and Array Processing*, Pennsylvania, US, August 2000, pp. 344–348.
- [116] L. TONG, "Identification of multichannel parameters using higher order statistics," *Signal Processing*, vol. 53, no. 2, pp. 195–202, 1996.
- [117] L. TONG, R. LIU, V. SOON, and Y. HUANG, "Indeterminacy and identifiability of blind identification," *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 38, no. 5, pp. 499–509, May 1991.
- [118] L. TONG, V. SOON, Y. HUANG, and R. LIU, "Amuse: A new blind identification algorithm," New Orleans, LA, May 1990, pp. 1784–1786.
- [119] R. VETTER, N. VIRAG, J. M. VESIN, P. CELKA, and U. SCHERRER, "Observer of autonomic cardiac outflow based on blind source separation of ECG parameters," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 47, no. 5, pp. 578–582, May 2000.
- [120] R. N. VIGARIO, "Extraction of ocular artifacts from EEG using independent component analysis," *Electroenceph. clin. Neurophysiol.*, vol. 103, pp. 395–404, 1997.
- [121] R. N. VIGARIO, V. JOUSMÄKI, M. HÄMÄLÄINEN, R. HARI, and E. OJA, "Independent component analysis for identification of artifacts in magnetoencephalographic recordings," *Proc. NIPS'97, Cambridge, MA, MIT Press*, pp. 229–235, 1998.
- [122] R. N. VIGARIO, J. SÄRELÄ, V. JOUSMÄKI, M. HÄMÄLÄINEN, and E. OJA, "Independent component approach to the analysis of EEG and MEG recordings," *IEEE Transactions in Biomedical Engineering*, vol. 47, no. 5, pp. 589–593, May 2000.
- [123] R. N. VIGARIO, J. SÄRELÄ, V. JOUSMÄKI, and E. OJA, "Independent component analysis in decomposition of auditory and somatosensory evoked fields," in *ICA'99*, Aussois, France, January, pp. 167–172.
- [124] R. N. VIGARIO, J. SÄRELÄ, and E. OJA, "Independent component analysis in wave decomposition of auditory evoked fields," in *Conf. on Artificial Neural Networks (ICANN'98)*, Skövde, Sweden, pp. 287–292.
- [125] B. WIDROW, J. GLOVER, J. MCCOOL, J. KAUNITZ, C. WILLIAMS, R. HEARN, J. ZEIDLER, J. E. DONG, and R. GOODLIN, "Adaptive noise cancelling: Principles and applications," *Proc. IEEE*, vol. 63, pp. 1692–1716, December 1975.
- [126] J. WISBECK, A. K. BARROS, and R. OJEDA, "Application of ica in the separation of breathing artefacts in ECG signals," in *International Conference on Neural Information Processing (ICONIP'98)*, 1998, pp. 211–214.
- [127] A. YEREDOR, "Non-orthogonal joint diagonalization in the least-squares sense with application in blind source separation," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, no. 7, pp. 1545–1553, July 2002.
- [128] V. ZARZOSO, A. K. NANDI, and E. BACHARAKIS, "Noninvasive fetal electrocardiogram extraction: blind separation versus adaptive noise cancellation," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 48, no. 1, pp. 12–18, January 2001.

- [129] V. ZARZOZO and P. COMON, “How fast is FastICA,” in *EUSIPCO 06, Fourteenth European Signal Processing Conference*, Florence, Italy, September, 4-8 2006.
- [130] A. ZIEHE and K.-R. MÜLLER, “Tdsep- an efficient algorithm for blind separation using time structure,” in *International Conference on Artificial Neural Networks*, 1998, pp. 675–680.